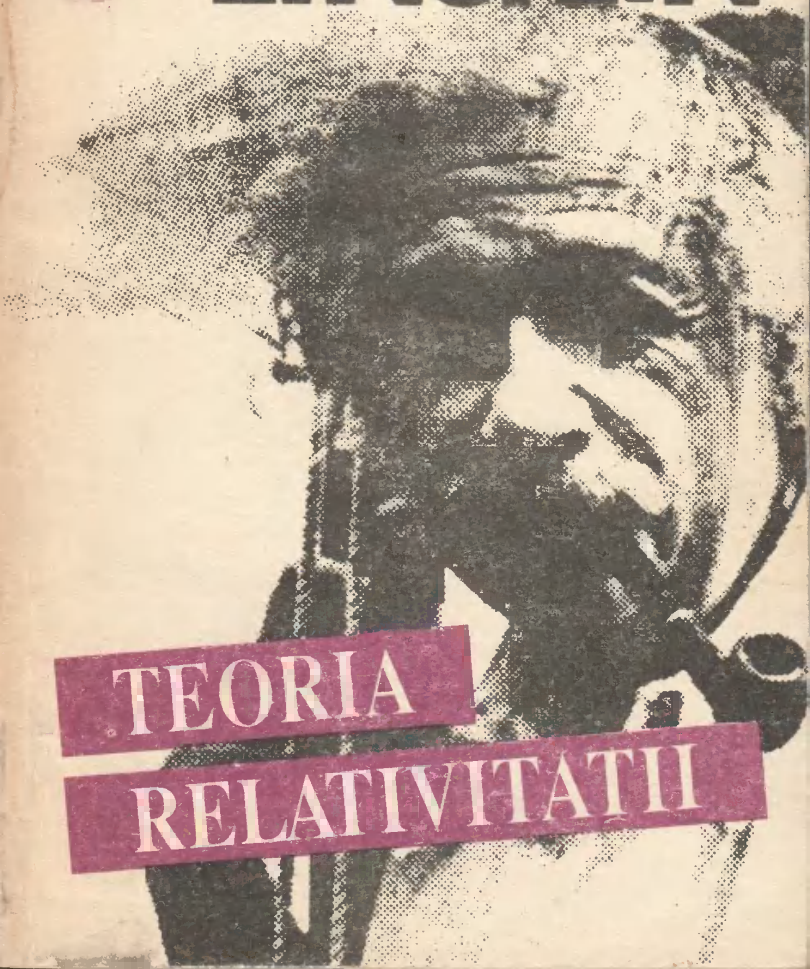
HUMANITAS

ALBERT EINSTEIN



TEORIA RELATIVITATII

TEORIA RELATIVITĂȚII

Albert Einstein s-a născut la Ulm în Germania, la 14 martie 1879. A studiat matematică şi fizică la Şcoala Politehnică Federală din Zürich între 1896 şi 1900. În anii 1902—1908 a lucrat ca expert la Oficiul Federal de Patente din Berna şi a publicat lucrări ce au atras atenţia lumii ştiinţifice, printre care prima lucrare despre teoria specială a relativităţii în 1905. În anii 1908—1914 a fost profesor de fizică teoretică la universităţile din Berna, Zürich şi Praga. În 1913 este ales membru al Academiei Prusiene de Ştiinţe şi numit director al Institutului de Fizică al Societăţii „Împăratul Wilhelm" din Berlin, funcţie pe care o păstrează pînă în 1933. După publicarea teoriei generale a relativităţii în anii primului război mondial şi confirmarea uneia dintre predicţiile ei de către expediţia astronomică a Societăţii Regale de Ştiinţe din Londra (1919) devine cel mai cunoscut om de ştiinţă al vremii sale. O dată cu instaurarea regimului naţional-socialist, Einstein îşi dă demisia din Academia Prusiană de Ştiinţe şi părăseşte definitiv Germania, stabilindu-se la Princeton în Statele Unite ale Americii. În ultima parte a vieţii, Einstein este recunoscut nu numai drept cea mai mare autoritate în fizica teoretică, ci şi ca un mare umanist care încorporează în mod exemplar prin acţiunea lui socială şi culturală, prin luările sale de poziţie în problemele vieţii publice spiritul libertăţii, al justiţiei sociale, respectul pentru demnitatea fiinţei umane. Moare în 18 aprilie 1955, la 76 de ani.

Scrierile de interes general ale lui Einstein sînt reunite în două volume: *Mein Weltbild* (1931) şi *Out of my Later Years* (1950). În 1917, Einstein publică prima expunere a teoriei speciale şi generale a relativităţii „pe înţelesul tuturor".

Albert Einstein

TEORIA RELATIVITĂȚII

o expunere elementară

Traducere din limba germană de
I. PÂRVU

HUMANITAS

BUCUREȘTI, 1992

Coperta: IOANA DRAGOMIRESCU-MARDARE

© Editura Humanitas, 1992

ISBN 973-28-0323-1

CUPRINS

Cuvînt înainte 7

PARTEA ÎNTÎI
Despre teoria relativităţii

1. Conţinutul fizic al propoziţiilor geometrice..... 9
2. Sistemul de coordonate 11
3. Spaţiul şi timpul în mecanica clasică..... 14
4. Sistemul de coordonate galileean..... 15
5. Principiul relativităţii (în sens restrîns)..... 16
6. Teorema compunerii vitezelor după mecanica clasică 19
7. Incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativităţii 20
8. Noţiunea de timp în fizică 22
9. Relativitatea simultaneităţii 25
10. Despre relativitatea conceptului de distanţă spaţială..... 27
11. Transformarea Lorentz : 28
12. Comportamentul etaloanelor şi ceasornicelor în mişcare.... 33
13. Teorema de compunere a vitezelor. Experienţa lui Fizeau.... 35
14. Valoarea euristică a teoriei relativităţii 38
15. Rezultatele generale ale teoriei 39
16. Teoria specială a relativităţii şi experienţa..... 43
17. Spaţiul cvadridimensional al lui Minkowski..... 47

PARTEA A DOUA
Despre teoria generală a relativităţii

18. Principiul special şi general al relativităţii..... 50
19. Cîmpul gravitaţional 53

20. Identitatea maselor grea şi inerţială ca argument pentru postulatul general al relativităţii 55
21. În ce măsură fundamentele mecanicii clasice şi ale teoriei speciale a relativităţii sînt nesatisfăcătoare?..... 58
22. Unele consecinţe ale principiului general al relativităţii.... 60
23. Comportamentul ceasornicelor şi etaloanelor de lungime într-un sistem de referinţă în mişcare de rotaţie..... 63
24. Continuul euclidian şi neeuuclidian..... 67
25. Coordonate gaussiene 69
26. Continuul spaţio-temporal al teoriei speciale a relativităţii — continuu euclidian 73
27. Continuul spaţio-temporal al teoriei generale a relativităţii nu este un continuu euclidian..... 74
28. Formularea exactă a principiului general al relativităţii.... 77
29. Soluţia problemei gravitaţiei pe baza principiului general al relativităţii 79
Consideraţii asupra universului ca totalitate
30. Dificultăţile cosmologice ale teoriei newtoniene..... 84
31. Posibilitatea unui univers finit şi totuşi nelimitat..... 86
32. Structura spaţiului după teoria generală a relativităţii.... 90

CUVÎNT ÎNAINTE

Scopul acestei cărți mici este de a înlesni înțelegerea cît mai exactă a teoriei relativității pentru cei care se interesează din punct de vedere general-științific, filozofic, de teorie, dar care nu stăpînesc aparatul matematic al fizicii teoretice*. Lectura ei presupune o anume maturitate de gîndire și, în ciuda numărului mic de pagini, pretinde din partea cititorului multă răbdare și voință. Autorul și-a dat toată silința să prezinte ideile fundamentale cît mai clar și simplu cu putință în ordinea și în conexiunea în care au apărut. În interesul clarității expunerii m-am văzut nevoit să mă repet adesea, fără a mai ține cont de eleganța expunerii. În această privință am ținut seama de sfatul teoreticianului de geniu L. Boltzmann, care spunea că eleganța este o problemă ce trebuie lăsată în seama croitorilor și a cizmarilor.

---

* Fundamentele matematice ale teoriei speciale a relativității pot fi găsite în lucrările originale ale lui H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski apărute în editura B. G. Teubner în colecția [de monografii *Fortschritte der Mathematischen Wissenschaften* cu titlul *Das Relativitätsprinzip*, precum și în cartea detaliată a lui M. Laue *Das Relativitätsprinzip* (editată de Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig). Teoria generală a relativității precum și instrumentele matematice ajutătoare ale teoriei invarianților sînt tratate în broșura autorului *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie* (Joh. Ambr. Barth, 1916); această broșură presupune o cunoaștere aprofundată a teoriei speciale a relativității.

Nu cred că am ascuns cititorilor dificultăţile ce ţin de natura internă a problemei. Dimpotrivă, în mod intenţionat am vitregit bazele fizice empirice ale teoriei, pentru ca cititorul neiniţiat în fizică să nu fie împiedicat să vadă pădurea din cauza copacilor. Fie ca această mică lucrare să aducă cît mai multor oameni cîteva ore plăcute de lectură stimulantă!

A. EINSTEIN

Decembrie 1916

Completare la ediţia a treia

În acest an (1918) a apărut la editura Springer un excelent manual detaliat asupra teoriei generale a relativităţii pe care H. Weyl l-a editat sub titlul *Raum, Zeit, Materie;* îl recomandăm cu căldură matematicienilor şi fizicienilor.

PARTEA ÎNTÎI

DESPRE TEORIA SPECIALĂ A RELATIVITĂȚII

§ 1. *Conținutul fizic al propozițiilor geometrice*

Nu încape nici o îndoială, iubite cititor, că, în tinerețe, ai cunoscut mîndrul edificiu al geometriei euclidiene, iar amintirea acestei măreți construcții, pe ale cărei trepte înalte ai fost purtat în nenumărate ore de studiu de profesori conștiincioși, îți inspiră mai mult respect decît plăcere; cu siguranță că această experiență trecută te face să privești cu dispreț pe oricine ar îndrăzni să declare ca neadevărată chiar și cea mai neînsemnată propoziție a acestei științe. Dar acest sentiment de mîndră certitudine te va părăsi de îndată ce vei fi întrebat: „Ce înțelegi prin afirmația că aceste propoziții sînt adevărate ?". Iată o întrebare la care vrem să ne oprim puțin.

Geometria pornește de la anumite noțiuni fundamentale, cum sînt punctul, dreapta, planul, pe care sîntem capabili să le corelăm cu reprezentări clare, și de la anumite propoziții simple (axiome), pe care sîntem înclinați să le acceptăm ca „adevărate" pe baza acestor reprezentări. Toate celelalte propoziții vor fi întemeiate, adică demonstrate pe baza unei metode logice, a cărei justificare sîntem determinați s-o recunoaștem, pornind de la aceste axiome. O propoziție este corectă, respectiv „adevărată", dacă ea poate fi dedusă din axiome în maniera recunoscută. Problema „adevărului" unor propoziții geometrice individuale conduce astfel înapoi la problema „adevărului" axiomelor. Se știe însă de multă

vreme că această ultimă problemă nu este doar nerezolvabilă cu metodele geometriei; ea este, în general, fără sens. Nu ne putem întreba dacă este adevărat că prin două puncte poate trece numai *o singură* dreaptă. Putem doar spune că geometria euclidiană tratează despre figuri pe care ea le numește „drepte" și cărora ea le atribuie proprietatea de a fi determinate în întregime prin două puncte ce le aparțin. Conceptul „adevărat" nu se potrivește enunțurilor geometriei pure, deoarece prin cuvîntul „adevărat" desemnăm în ultimă instanță corespondența cu obiectele reale. Geometria însă nu se ocupă cu relația dintre conceptele ei și obiectele experienței, ci doar cu corelațiile logice reciproce ale acestor concepte.

Este ușor însă de explicat de ce ne simțim, totuși, obligați să desemnăm propozițiile geometriei ca „adevărate". Conceptelor geometrice le corespund mai mult sau mai puțin exact obiecte din natură, aceasta din urmă reprezentînd singura cauză a generării lor. În încercarea de a conferi edificiului ei o cît mai mare coeziune logică geometria se îndepărtează de această origine. Obișnuința de exemplu de a defini o dreaptă prin două puncte marcate pe un singur corp practic rigid este profund înrădăcinată în obișnuința noastră de gîndire. La fel, sîntem obișnuiți să considerăm că trei puncte se află pe o linie dreaptă dacă putem face să treacă o rază vizuală prin aceste trei puncte alegînd în mod convenabil punctul de vizare.

Dacă, urmînd modul nostru obișnuit de a gîndi, adăugăm propozițiilor geometriei euclidiene o singură propoziție care afirmă că la două puncte ale unui corp practic rigid corespunde întotdeauna aceeași distanță (măsurată în linie dreaptă), indiferent de modificările aduse poziției corpului, atunci propozițiile geometriei euclidiene devin propoziții ce se raportează la diverse poziții relative pe care le pot ocupa corpurile

practic rigide*. Geometria astfel completată poate fi considerată o ramură a fizicii. Acum ne putem întreba pe drept asupra „adevărului" propozițiilor geometrice astfel interpretabile, deoarece ne putem întreba dacă ele corespund acelor lucruri reale pe care le-am pus în corespondență cu conceptele geometrice. Ceva mai puțin precis am putea spune că prin „adevărul" unei propoziții geometrice înțelegem faptul că ea conduce la o construcție posibilă cu rigla și compasul.

Convingerea asupra „adevărului" propozițiilor geometrice în acest sens se întemeiază în mod natural exclusiv pe o experiență relativ imperfectă. Vom presupune pentru început adevărul propozițiilor geometriei pentru ca apoi, în ultima parte a considerațiilor noastre (la teoria generală a relativității), să vedem că aceste adevăruri nu sînt absolute și să le precizăm limitele.

§ 2. *Sistemul de coordonate*

Pe baza interpretării fizice a distanței pe care am indicat-o sîntem în măsură să stabilim prin măsurători distanța dintre două puncte ale unui corp rigid. Pentru aceasta avem nevoie de o linie (un etalon de măsură S) determinată odată pentru totdeauna, care va fi folosită ca unitate de măsură. Dacă se dau două puncte A și B ale unui corp rigid, atunci linia dreaptă care le unește se poate construi după legile geometriei; după aceea, pe această linie de legătură putem să suprapunem linia S pornind din A de atîtea ori pînă cînd se ajunge în B. Numărul repetărilor acestei suprapuneri va

* Prin aceasta i se pune în corespondență liniei drepte un obiect natural. Trei puncte ale unui corp rigid A, B, C se află pe o linie dreaptă atunci cînd, date fiind punctele A și C, punctul B este astfel ales, încît suma distanțelor AB și BC să fie cea mai mică cu putință. Această indicație incompletă poate fi aici considerată ca suficientă.

reprezenta măsura dreptei *AB*. Pe acest principiu se bazează toate măsurile de lungimi*.

Orice descriere spațială a poziției unui fenomen sau obiect se bazează pe faptul că se indică un punct al unui corp rigid (sistem de referință) cu care acel fenomen coincide. Acest lucru este valabil nu doar pentru descrierea științifică, ci și pentru viața cotidiană. Astfel, dacă vom analiza indicația de loc următoare „În Berlin, în Piața Potsdam", vom obține următoarea semnificație: Corpul rigid este solul la care se referă indicația de loc; pe el e marcat un punct purtînd un nume „Piața Potsdam din Berlin", cu care coincide spațial fenomenul**.

Acest mod elementar de a indica un loc nu poate servi decît pentru punctele de la suprafața corpurilor rigide, fiind legat de existența unor puncte ce pot fi distinse reciproc ale acestei suprafețe. Să vedem cum se eliberează spiritul uman de aceste două limitări, fără ca esența indicării locului să se modifice. De exemplu, să presupunem că deasupra Pieței Potsdam plutește un nor; locul acestuia poate fi stabilit, în raport cu suprafața Pămîntului, ridicînd vertical în piață o prăjină care să ajungă pînă la nor. Lungimea prăjinii, măsurată cu etalonul, împreună cu indicarea locului piciorului acestei prăjini va reprezenta o indicație completă de poziție. Vedem din acest exemplu cum a fost perfecționată noțiunea de poziție:

a) se prelungește corpul rigid, la care se raportează indicația de poziție a obiectului, în așa fel încît obiectul ce urmează a fi localizat îl întîlnește într-un punct determinat;

---

* Aceasta presupune că măsurarea dă exact un număr întreg. De această dificultate ne eliberăm prin utilizarea unor etaloane fracționare a căror introducere nu pretinde o metodă principial nouă.

** O cercetare mai adîncă a ceea ce noi înțelegem aici prin coincidență spațială nu e necesară, deoarece această noțiune este suficient de clară, încît, în cazuri reale singulare, nu ar putea să apară diferențe de opinie cu privire la faptul dacă această coincidență are loc sau nu.

b) se folosește, pentru stabilirea locului, numărul în locul numelor punctelor de reper (aici lungimea prăjinii măsurată cu etalonul);

c) se vorbește de înălțimea norului chiar și atunci cînd nu există o prăjină care să-l poată atinge. În cazul nostru se va evalua lungimea acestei prăjini care ar trebui confecționată pentru a atinge norul prin observații optice asupra norului din diferite poziții de pe sol, ținînd seama de proprietățile propagării luminii.

Din această examinare rezultă că, în descrierea poziției locului, ar fi avantajos dacă am reuși ca, prin folosirea numerelor indici, să devenim independenți de existența punctelor de reper dotate cu nume pe un corp rigid, ce servește ca sistem de referință. Acest obiectiv îl realizează fizica în activitățile de măsurare prin folosirea sistemului de coordonate cartezian.

Acesta constă din trei planuri rigide perpendiculare două cîte două și legate de un corp rigid. Locul unui eveniment oarecare în raport cu sistemul de coordonate va fi (esențial) descris prin indicarea lungimii a trei perpendiculare sau coordonate (x, y, z) (vezi fig. 2p.31) care pot fi duse în acest punct pe cele trei planuri considerate. Lungimile acestor trei perpendiculare pot fi determinate prin manevrarea liniei etalon rigide conform legilor și metodelor geometriei euclidiene.

În aplicații, nu se realizează în general cele trei planuri rigide ce constituie sistemul de coordonate; coordonatele nu se măsoară nici ele cu ajutorul etalonului rigid, ci se determină indirect. Sensul fizic al indicației de poziție nu va trebui să fie întotdeauna căutat în direcția explicațiilor de mai sus, dacă vrem ca rezultatele fizicii și astronomiei să nu devină obscure*.

---

* O perfecționare și o transformare a acestei concepții va fi necesară doar pentru teoria generală a relativității, care va fi tratată în a doua parte a lucrării.

Din cele de mai sus rezultă deci următoarele: orice descriere spațială a fenomenelor se servește de un corp rigid la care se vor raporta spațial fenomenele; această raportare presupune valabilitatea legilor geometriei euclidiene pentru „liniile drepte", „linia dreaptă" fiind reprezentată fizic prin două puncte marcate pe un corp rigid.

§ 3. *Spațiul și timpul în mecanica clasică*

Dacă formulăm obiectivul mecanicii — fără explicații preliminare și considerații complicate — astfel: „Mecanica trebuie să descrie schimbările de poziție ale corpurilor în spațiu în funcție de timp", atunci vom comite o serie de păcate de moarte împotriva spiritului sfînt al clarității; aceste păcate vor fi imediat scoase la iveală.

Este neclar ce trebuie să se înțeleagă aici prin „loc" și „spațiu". Să luăm un exemplu. De la fereastra unui vagon de tren în mișcare uniformă las să cadă o piatră pe terasament fără a-i da un impuls. Făcînd abstracție de rezistența aerului, voi vedea piatra căzînd în linie dreaptă. Un pieton care, de pe o potecă laterală, vede fapta mea urîtă, observă că piatra cade la pămînt descriind o parabolă. Ne întrebăm: „locurile" pe care piatra le străbate se află „în realitate" pe o dreaptă sau pe o parabolă ? Ce înseamnă aici mișcarea „în spațiu"? După remarcile din § 2 răspunsul va fi de la sine înțeles. Mai întîi să lăsăm cu totul la o parte expresia vagă „spațiu", prin care, să recunoaștem sincer, nu putem să gîndim nimic determinat; o vom înlocui prin „mișcare în raport cu un corp de referință practic rigid". Locurile în raport cu un corp de referință (vagonul sau solul) au fost deja definite amănunțit în paragrafele anterioare. Dacă pentru „corp de referință" vom introduce conceptul util pentru descrierea matematică „sistem de coordonate", vom putea

spune: piatra descrie în raport cu sistemul de referință legat de vagon o dreaptă, iar în raport cu cel legat de sol o parabolă. Din acest exemplu se vede clar că nu putem vorbi de traiectorie* în sine, ci numai de traiectoria relativă la un sistem de referință.

O descriere *completă* a mișcării nu este dată încă pînă nu se indică modul în care corpul își modifică locul în funcție de timp. Cu alte cuvinte, pentru fiecare punct al traiectoriei trebuie să se indice momentul temporal în care corpul se află acolo. Aceste indicații trebuie completate cu o asemenea definiție a timpului, încît aceste valori de timp să poată fi considerate, datorită acestei definiții, ca mărimi principial observabile (rezultate ale măsurătorilor). Ne putem conforma acestei exigențe pentru exemplul nostru, în cadrul mecanicii clasice, în felul următor. Ne imaginăm două ceasornice absolut identice; pe unul dintre ele îl va observa omul de la fereastra trenului, iar pe altul omul de pe drumul lateral. Fiecare dintre cei doi, atunci cînd ceasornicul său indică o anumită oră, va determina poziția pietrei în raport cu sistemul său de referință. Vom renunța aici la luarea în considerare a inexactității care apare datorită caracterului finit al vitezei de propagare a luminii. Despre aceasta și despre a doua dificultate — care va trebui biruită aici — vom vorbi mai detaliat mai tîrziu.

§ 4. *Sistemul de coordonate galileean*

Principiul mecanicii galileo-newtoniene, cunoscut sub denumirea de legea inerției, spune: Un corp suficient de îndepărtat de alte corpuri își menține starea de repaus sau de

* Se numește astfel curba de-a lungul căreia se desfășoară mișcarea corpului considerat.

mișcare uniform-rectilinie. Această propoziție nu spune ceva doar asupra mișcării corpurilor, ci și asupra sistemelor de referință sau a sistemelor de coordonate a căror aplicare este admisă în descrierea mecanică. Corpuri asupra cărora legea inerției poate fi aplicată, desigur, cu un grad înalt de aproximare, sînt stelele fixe observabile. Dar, în raport cu un sistem de coordonate legat rigid de Pămînt, o stea fixă descrie în cursul unei zile (astronomice) un cerc de rază extrem de mare, în contradicție cu principiul inerției. Pentru a putea menține acest principiu va trebui să raportăm mișcaree numai la sisteme de coordonate față de care stelele fixe nu se mișcă în cerc. Sistemul de coordonate, a cărui stare de miscare este de așa natură, încît relativ la el este validă legea inerției, îl vom numi „sistem de coordonate galileean". Numai pentru un sistem de coordonate galileean sînt valide legile mecanicii galileo—newtoniene.

§ 5. *Principiul relativității (în sens restrîns)*

Revenim, pentru a obține o mai mare intuitivitate, la exemplul cu vagonul de tren care se mișcă cu o viteză uniformă. Mișcarea sa o vom numi translație uniformă („uniformă" deoarece viteza și direcția sa sînt constante; „translație" deoarece vagonul își modifică locul în raport cu terasamentul căii ferate, fără a face vreo mișcare de rotație). Să presupunem că un corb zboară în linie dreaptă și în mod uniform în raport cu un observator situat pe sol. Din punc tul de vedere al unui observator din trenul aflat în mișcare, zborul lui va reprezenta o mișcare cu o altă viteză și altă direcție: dar este tot o mișcare rectilinie și uniformă. Exprimat în mod abstract: dacă o masă m se mișcă uniform și rectiliniu în raport cu un sistem de coordonate K, atunci ea se va mișca rectiliniu și uniform și în raport cu al doilea

sistem de coordonate K', atunci cînd acesta din urmă realizează o mișcare de translație uniformă față de K. De aici decurge, avînd în vedere cele spuse și în paragrafele anterioare, că:

Dacă K este un sistem de coordonate galileean, atunci oricare alt sistem de coordonate K' va fi unul galileean dacă el se află față de K într-o stare de mișcare de translație uniformă. În raport cu K' legile mecanicii galileo-newtoniene sînt la fel de valabile ca și în raport cu K.

Vom face un pas mai departe în generalizare: dacă K' reprezintă un sistem de coordonate în mișcare uniformă și fără rotații în raport cu K, atunci fenomenele naturale se vor petrece în raport cu K' după aceleași legi generale ca și în raport cu K. Acest enunț îl vom numi „Principiul relativității" (în sens restrîns).

Atîta vreme cît domina convingerea că orice fenomen al naturii poate fi reprezentat cu ajutorul mecanicii clasice, nu se putea pune la îndoială validitatea acestui principiu al relativității. Cu noile dezvoltări ale electrodinamicii și opticii a devenit din ce în ce mai evident că mecanica clasică nu este suficientă ca bază a tuturor descrierilor fizice ale fenomenelor naturale. Atunci s-a pus sub semnul întrebării validitatea principiului relativității, nefiind exclusă posibilitatea ca răspunsul să fie unul negativ.

Oricum, există două fapte generale, care pledează din capul locului în favoarea validității principiului relativității. Dacă mecanica clasică nu oferă o bază suficientă pentru explicarea teoretică a *tuturor* fenomenelor fizice, trebuie totuși să-i recunoaștem un conținut de adevăr foarte important; deoarece ea oferă cu o precizie uimitoare mișcările reale ale corpurilor cerești. De aceea, și în domeniul mecanicii principiul relativității trebuie să fie valabil cu o mare exactitate. Faptul că un principiu cu un grad atît de înalt

de generalitate, care este valid cu o asemenea exactitate *într-un* domeniu de fenomene, ar fi eşuat în alt domeniu de fenomene este *a priori* puţin probabil.

Al doilea argument, asupra căruia vom reveni mai tîrziu, este următorul. Dacă principiul relativităţii (în sens restrîns) n-ar fi valid, atunci sistemele de coordonate galileene K, K', K'' etc., care se mişcă unul faţă de altul uniform, n-ar mai fi echivalente pentru descrierea fenomenelor naturale. Ar trebui atunci să admitem că legile naturii se prezintă sub o formă deosebit de simplă şi naturală dacă vom alege ca sistem de referinţă unul dintre toate acestea (K_0) aflat într-o stare determinată de mişcare. Pe acesta îl vom considera, pe bună dreptate, (din cauza avantajelor sale pentru descrierea fenomenelor naturale) ca „absolut imobil", celelalte sisteme galileene K fiind însă „în mişcare". Dacă, de exemplu, terasamentul căii ferate ar reprezenta sistemul K_0, atunci vagonul nostru de tren ar fi un sistem K în raport cu care ar trebui să fie valide legi mai puţin simple decît cele definite în raport cu K_0. Această simplitate redusă ar trebui pusă pe seama faptului că vagonul K se află în mişcare în raport cu K_0 (în mod „real"). În aceste legi generale ale naturii formulate în raport cu K, mărimea şi direcţia vitezei de mişcare a vagonului trebuie să joace un rol. Ne vom aştepta, de exemplu, ca înălţimea tonului unui tub de orgă să fie diferită după cum axa acestui tub va fi paralelă sau perpendiculară pe direcţia de mişcare a trenului. Dar Pămîntul, aflat în mişcare în raport cu Soarele, este comparabil cu un vagon care se deplasează cu o viteză de 30 km/s. Ar trebui deci să ne aşteptăm, în cazul cînd admitem nevaliditatea principiului relativităţii, ca direcţia în fiecare moment a mişcării Pămîntului să intervină în legile naturii, cu alte cuvinte ca sistemele fizice să depindă în comportamentul lor de orientarea spaţială în raport cu Pămîntul. Dar, dat fiind faptu

că direcția vitezei mișcării de rotație a Pământului se schimbă constant în cursul anului, acesta nu poate fi considerat ca imobil în raport cu sistemul ipotetic K_0 nici un moment pe parcursul unui an întreg. Dar, cu toate străduaniile, nu s-a putut observa niciodată o asemenea anizotropie fizică a spațiului, adică o neechivalență fizică a diferitelor direcții. Aceasta este un argument foarte puternic în favoarea principiului relativității.

§ 6. *Teorema compunerii vitezelor după mecanica clasică*

Să presupunem iarăși că același tren se deplasează cu viteza constantă v. Într-un vagon, un om se deplasează în sensul lungimii vagonului și anume în aceeași direcție a mișcării trenului, cu viteza w. Cît de repede, adică cu ce viteză W înaintează omul în raport cu terasamentul ? Singurul răspuns posibil pare a decurge din observația următoare:

Dacă omul ar rămîne imobil timp de o secundă, în acest timp el s-ar deplasa în raport cu terasamentul cu o lungime v egală cu viteza trenului. Dar, în realitate, din cauza mișcării lui proprii, el parcurge în plus în această secundă în raport cu vagonul și, ca urmare, și în raport cu terasamentul o lungime w egală cu viteza deplasării sale. În total, el parcurge deci în această secundă în raport cu terasamentul o lungime $W = v + w$.

Vom vedea mai tîrziu că acest raționament, care în mecanica clasică se numește „teorema de compunere a vitezelor", nu este riguros și, ca urmare, această lege nu este verificată în realitate. Pentru moment vom accepta însă corectitudinea ei.

§ 7. *Incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativității*

Nu există o lege a fizicii mai simplă decît aceea după care se propagă lumina în spațiul vid. Orice elev știe sau crede că știe că această propagare se produce rectiliniu și cu o viteză $c = 300\,000$ km/s. În orice caz, noi știm în mod cert că această viteză este aceeași pentru toate culorile. Dacă n-ar fi astfel, atunci minimul strălucirii unei stele fixe în momentul eclipsării ei de către unul din sateliții ei nu s-ar mai observa simultan pentru toate culorile. Printr-un raționament asemănător relativ la observarea stelelor duble astronomul olandez De Sitter a putut să arate și că viteza de propagare a luminii nu poate să depindă de viteza de deplasare a sursei luminoase. Pare astfel improbabil ca această viteză de propagare să depindă de direcția ei „în spațiu".

Pe scurt, să admitem că elevul nostru a avut bune temeiuri să creadă în legea simplă a vitezei constante c a luminii (în vid). Cine și-ar fi închipuit că această lege simplă a creat fizicienilor temeinici și cele mai mari dificultăți posibile? Aceste dificultăți se prezintă în felul următor:

Trebuie, bineînțeles, să studiem propagarea luminii, ca orice altă mișcare, în raport cu un sistem rigid de referință (sistem de coordonate). Să alegem în această calitate din nou terasamentul nostru, pe care-l considerăm plasat într-un vid perfect. O rază de lumină, trimisă de-a lungul căii ferate, se va propaga în raport cu terasamentul cu viteza c. Să ne imaginăm că același tren se mișcă cu viteza v în același sens cu acela al propagării luminii, dar, evident, mult mai încet. Care este viteza de propagare a razei luminoase în raport cu vagonul trenului? Raționamentul din paragraful precedent se aplică și aici în mod evident; căci omul care se

deplasează în vagon poate juca rolul razei de lumină; va fi deci suficient să considerăm în locul vitezei w a deplasării omului în raport cu terasamentul, viteza de propagare a luminii față de acesta; w este astfel viteza căutată a luminii față de vagon, pentru care e valabilă:

$$w = c - v.$$

Viteza propagării razei de lumină relativ la vagon se dovedește astfel a fi mai mică decît c.

Acest rezultat se află însă în contradicție cu principiul relativității formulat în § 5. Legea propagării luminii în vid trebuie, după principiul relativității, ca oricare altă lege generală a naturii, să fie validă pentru vagonul de tren luat drept sistem de referință la fel ca și pentru terasamentul căii ferate, considerat sistem de referință. Aceasta se dovedește însă, potrivit considerațiilor de mai sus, imposibilă. Dacă oricare rază de lumină se propagă în raport cu solul cu viteza c, atunci tocmai din această cauză pare că viteza de propagare a luminii în raport cu vagonul va trebui să fie diferită — fapt ce contrazice principiul relativității.

Se pare deci că nu putem scăpa din dilema următoare: fie să renunțăm la principiul relativității, fie să renunțăm la legea simplă de propagare a luminii în vid. Cu siguranță, cititorul care a urmărit cu atenție cele spuse mai sus se va aștepta să fie păstrat principiul relativității, care se impune spiritului prin naturalețe și simplitate, și ca legea propagării luminii în vid să fie înlocuită printr-una mai complicată, compatibilă cu principiul relativității. Dezvoltarea fizicii teoretice a arătat însă că acest drum nu poate fi urmat. Cercetările teoretice de o importanță fundamentală ale lui H. A. Lorentz asupra proceselor electrodinamice și optice ce se produc în corpurile aflate în mișcare au arătat faptul

că experiențele din acest domeniu conduc în mod obligatoriu la o teorie a fenomenelor electromagnetice care are drept consecință inevitabilă legea constanței vitezei luminii în vid. De aceea, teoreticienii marcanți au fost înclinați mai degrabă să respingă principiul relativității, deși nu s-a găsit niciodată un fapt de experiență care să fi contrazis acest principiu.

Aici a intervenit teoria relativității. Printr-o analiză a conceptelor de timp și spațiu s-a dovedit că, *în realitate, nu există oreo incompatibilitate între principiul relativității și legea de propagare a luminii*, că mai degrabă se ajunge la o teorie logic ireproșabilă prin menținerea simultană a acestor două legi. Această teorie pe care o numim, spre a o deosebi de extinderea ei despre care vom vorbi mai tîrziu, „teoria specială a relativității", o vom expune în continuare în ideile ei fundamentale.

§ 8. *Noțiunea de timp în fizică*

Să presupunem că un fulger a căzut asupra liniei ferate în două locuri A și B aflate la o mare distanță unul de altul; dacă vom adăuga la aceasta faptul că cele două fulgere s-au produs simultan și ne vom întreba, stimate cititor, dacă acest enunț are vreun sens, desigur îmi vei răspunde afirmativ. Dacă voi insista să mi explici mai exact sensul acestui enunț, vei observa, după o oarecare reflecție, că răspunsul la această întrebare nu este atît de simplu cum pare la prima vedere.

După un timp s-ar putea să-ți vină în minte următorul răspuns: „Semnificația enunțului este în sine clară și nu necesită o explicație suplimentară; mi-ar trebui totuși un moment de reflecție dacă aș avea sarcina de a constata experimental dacă, în cazuri concrete, cele două evenimente sînt simultane sau nu". Cu acest răspuns nu pot fi însă de

acord din următoarele motive. Să admitem că un meteorolog abil ar fi descoperit prin raționamente subtile că în locurile A și B fulgerele cad întotdeauna simultan; se impune totuși să verificăm dacă acest rezultat teoretic este conform sau nu cu realitatea. Această condiție este aceeași pentru toate enunțurile fizice în care conceptul de „simultan" joacă vreun rol. Conceptul există pentru fizician numai atunci cînd se dă posibilitatea de a determina în cazurile concrete dacă el corespunde sau nu. Este, așadar, nevoie de o asemenea definiție a simultaneității care să ne ofere metoda pentru a decide experimental în cazurile de mai sus dacă cele două fulgere au fost simultane sau nu. Atîta vreme cît o asemenea exigență nu este îndeplinită, ca fizician (lucrul e valabil și pentru un nefizician!) mă înșel atunci cînd cred că voi putea da un sens enunțului simultaneității. (Înainte de a citi mai departe, dragă cititorule, trebuie să fii convins de aceasta.)

Îmi vei propune, după un timp de gîndire, următoarea modalitate de a constata simultaneitatea a două evenimente: linia ce unește cele două locuri A B va fi măsurată de-a lungul căii ferate și va fi instalat în mijloc M un observator dotat cu un aparat (de exemplu, cu o oglindă înclinată la 90°) care să-i permită să observe simultan cele două puncte A și B. Dacă observatorul percepe cele două fulgere în același timp, ele vor fi simultane.

Sînt foarte satisfăcut de acest procedeu și totuși nu consider problema pe deplin clarificată, deoarece mă văd silit să aduc următoarea obiecție: „Definiția ta ar fi necondiționat corectă, dacă aș ști deja că lumina care-i mijlocește observatorului în M perceperea fulgerului se propagă cu aceeași viteză pe distanța A → M ca și pe distanța B → M. O verificare a acestei afirmații presupune însă că noi dispunem deja de un mijloc de a măsura timpul. Se pare deci că ne mișcăm într-un cerc vicios".

După ce vei mai reflecta, îmi vei arunca, pe bună dreptate, o privire disprețuitoare și vei declara: „Consider că definiția mea este totuși corectă, deoarece în realitate ea nu presupune nimic asupra luminii. O *singură* condiție trebuie pusă definiției simultaneității, și anume să furnizeze, în fiecare caz real, un procedeu empiric pentru a decide dacă noțiunea definită corespunde sau nu. Este indiscutabil că definiția mea face acest lucru. Faptul că lumina are nevoie de același timp pentru a parcurge drumul A → M și drumul B → M nu reprezintă în realitate o *presupoziție* sau o *ipoteză* asupra naturii fizice a luminii, ci o convenție, pe care o pot face liber pentru a parveni la o definiție a simultaneității".

Este clar că această definiție poate fi folosită pentru a da sens exact enunțului simultaneității nu doar pentru *două* evenimente, ci pentru un număr oarecare de evenimente, indiferent de locul pe care-l ocupă ele în raport cu sistemul de referință (aici terasamentul căii ferate)*. Prin aceasta ajungem și la o definiție a „timpului" în fizică. Să ne imaginăm trei ceasornice identice în punctele A, B și C ale drumului (sistemul de coordonate), reglate astfel încît pozițiile corespunzătoare ale limbilor lor să fie identice (în sensul de mai sus). Atunci prin „timpul" unui fenomen se va înțelege indicația de timp (poziția limbii acelui ceasornic care se află în imediata apropiere în spațiu) a fenomenului. În felul acesta oricărui eveniment i se va pune în corespondență o valoare temporală, care poate fi în principiu observată.

* Vom admite în plus că, dacă trei fenomene A, B, C au loc în locuri diferite, dacă A este simultan cu B și B este simultan cu C (simultan în sensul definiției de mai sus), criteriul simultaneității e valabil și pentru perechea de fenomene AC. Această supoziție este o ipoteză fizică asupra legii de propagare a luminii; ea trebuie satisfăcută necondiționat dacă vrem să poată fi păstrată legea constanței vitezei luminii în vid.

Această convenție conține încă o ipoteză fizică, de a cărei valabilitate nu ne putem îndoi atîta vreme cît nu există temeiuri contrare obținute empiric. Se admite că toate aceste ceasornice merg „la fel de repede", atunci cînd sînt identic construite. Într-o formulare exactă: dacă două ceasornice imobile plasate în două puncte diferite ale sistemului de referință sînt reglate astfel încît acele lor să marcheze *simultan* (în sensul anterior) aceeași oră, atunci trecerea lor prin toate locurile corespondente va fi constant în general simultană (în sensul definiției de mai sus).

§ 9. *Relativitatea simultaneității*

Pînă acum am raportat considerațiile noastre la un sistem de referință determinat, pe care l-am desemnat prin „terasamentul căii ferate". Să presupunem acum că un tren extrem de lung se deplasează pe linia ferată cu viteza constantă v în direcția indicată în fig. 1. Oamenii care călătoresc în acest tren vor folosi trenul în mod avantajos ca sistem de referință rigid (sistem de coordonate); ei vor raporta orice eveniment la tren. Orice eveniment ce se pro-

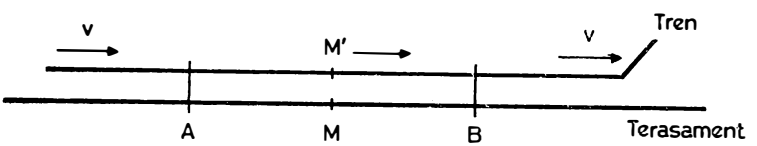


Fig. 1.

duce într-un punct al liniei ferate se va produce de asemenea și într-un punct determinat al trenului. Chiar și definiția simultaneității poate fi dată în raport cu trenul exact la

fel ca și în raport cu terasamentul. Se pune însă în mod natural următoarea întrebare:

Două evenimente (de exemplu, cele două fulgere A și B), care sînt *simultane în raport cu terasamentul*, sînt simultane și *în raport cu trenul*? Vom arăta de îndată că răspunsul la aceasta trebuie să fie negativ.

Atunci cînd spunem că fulgerele A și B sînt simultane în raport cu terasamentul, aceasta vrea să însemne: razele de lumină ce pornesc din A și B se vor întîlni în punctul median M al segmentului AB. Evenimentelor A și B le vor corespunde însă locurile A și B în tren. Fie M′ punctul median al lungimii AB a trenului aflat în mișcare. Acest punct M′ coincide în momentul fulgerului (considerat din punctul de vedere al terasamentului) cu punctul M, dar se mișcă spre dreapta (în fig. 1) cu viteza v a trenului. Dacă un observator aflat în tren în punctul M′ nu ar poseda această viteză, el ar rămîne mereu în M, și atunci razele de lumină ce pleacă de la fulgerele din A și B l-ar atinge în mod simultan, adică s-ar intersecta exact în fața lui. În realitate însă (din punctul de vedere al terasamentului) el se deplasează în întîmpinarea razei ce pornește din B în timp ce se îndepărtează de raza ce pornește din A. Așadar, observatorul va vedea mai devreme raza ce pornește din B, decît cea care pornește din A. Observatorii, ce vor folosi trenul drept sistem de referință vor trebui astfel să ajungă la concluzia că fulgerul B s-a produs mai devreme decît fulgerul A. Ajungem astfel la rezultatul foarte important:

Evenimentele care sînt simultane în raport cu terasamentul nu sînt simultane în raport cu trenul și invers (relativitatea simultaneității). Orice sistem de referință (sistem de coordonate) are propriul său timp; o indicare a timpului nu are sens decît atunci cînd se face în raport cu un corp (sistem) de referință determinat.

Înainte de teoria relativității fizica a admis întotdeauna în mod tacit faptul că semnificația indicării timpului este absolută, adică independentă de starea de mișcare a sistemului de referință. Am văzut însă deja mai sus că această supoziție nu este compatibilă cu definiția precedentă a simultaneității; dacă respingem această ipoteză, atunci conflictul dintre legea propagării luminii în vid și principiul relativității (despre care am vorbit în § 7) va dispărea.

La acest conflict conduceau tocmai considerațiile din § 6 care nu mai pot fi menținute în prezent. Deduceam acolo faptul că un om dintr-un vagon care *într-o secundă* parcurge față de acesta o lungime w, parcurge aceeași lungime și în raport cu terasamentul *într-o secundă*. Întrucît însă, conform considerațiilor de mai sus, timpul necesar desfășurării unui proces în raport cu vagonul nu trebuie identificat cu durata aceluiași proces raportat la terasament drept sistem de referință, nu se mai poate afirma că omul parcurge prin mersul său relativ la vagon lungimea w într-un timp care, măsurat în raport cu terasamentul, este egal cu 1 sec.

Raționamentul din § 6 se bazează de altfel și pe o altă presupoziție, care, în lumina unei considerații mai atente, ne apare ca arbitrară, chiar dacă ea a fost admisă întotdeauna (tacit) înainte de formularea teoriei relativității.

§ 10. *Despre relativitatea conceptului de distanță spațială*

Să considerăm două locuri determinate ale trenului ce se deplasează cu viteza v (de exemplu, mijlocul vagoanelor cu numerele 1 și 100) și să ne întrebăm asupra distanței dintre ele. Știm dinainte că pentru măsurare se utilizează lungimea unui corp de referință în raport cu care se va măsura lun-

gimea. Cel mai simplu va fi să folosim trenul însuși drept corp de referință (sistem de coordonate). Un observator din tren măsoară distanța așezînd cap la cap de-a lungul podelei vagoanelor în linie dreaptă un etalon de un număr de ori pînă cînd va ajunge de la un punct marcat la altul; numărul rezultat va fi distanța căutată.

Altfel se petrec lucrurile dacă dorim să măsurăm distanța în raport cu calea ferată. Metoda pe care o vom folosi este următoarea. Notăm cu A′ și B′ cele două puncte ale trenului a căror distanță reciprocă vrem s-o măsurăm; ele se mișcă cu viteza v de-a lungul terasamentului căii ferate. Ne întrebăm mai întîi asupra punctelor A și B de pe calea ferată cu care vor coincide punctele A′ și B′ într-un moment determinat t', considerat în raport cu calea ferată. Aceste puncte A și B ale căii ferate vor fi determinate cu ajutorul definiției timpului date în § 8. După aceea se va măsura distanța AB așezînd din nou etalonul de lungime de un număr de ori cap la cap de-a lungul căii ferate.

Nu este stabilit *a priori* că această ultimă măsurare va trebui să furnizeze același rezultat cu prima. Măsurată în raport cu calea ferată, lungimea trenului poate diferi de cea măsurată în raport cu trenul. Această situație generează o a doua obiecție care poate fi adusă împotriva raționamentelor aparent ireproșabile din § 6. În realitate, dacă observatorul din tren parcurge într-un interval de timp — *măsurat în raport cu trenul* — distanța w, această distanță nu este necesar să fie egală cu w—atunci cînd e măsurată în raport cu calea ferată.

§ 11. *Transformarea Lorentz*

Raționamentele din ultimele trei paragrafe ne arată că incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativității din § 7 derivă dintr-o interpretare

care împrumută din mecanica clasică două ipoteze prin nimic justificate; aceste ipoteze sună:

1. Intervalul de timp dintre două evenimente este independent de starea de mișcare a corpului (sistemului) de referință;

2. Distanța spațială dintre două puncte ale unui corp rigid este independentă de starea de mișcare a corpului (sistemului) de referință.

Dacă vom părăsi aceste două ipoteze, va dispărea și dilema din § 7, deoarece teorema compunerii vitezelor derivată în § 6 va deveni nevalidă. Va apărea posibilitatea ca legea propagării luminii în vid să devină compatibilă cu principiul relativității. Vom reveni asupra problemei: Cum vor trebui modificate considerațiile din § 6 pentru a înlătura contradicția aparentă dintre aceste două rezultate fundamentale ale experienței? Această întrebare conduce la una mai generală. În considerațiile din § 6 apăreau poziții și timpuri în raport cu trenul și în raport cu terasamentul. Cum se pot găsi poziția și momentul unui eveniment în raport cu trenul atunci cînd se cunosc poziția și timpul evenimentului în raport cu linia ferată? Există oare un asemenea răspuns posibil la această întrebare, astfel încît legea de propagare a luminii în vid să nu fie în contradicție cu principiul relativității? În alți termeni: s-ar putea imagina o relație între poziția și timpul unui eveniment în raport cu două sisteme de referință astfel încît orice rază de lumină să posede aceeași viteză de propagare c în raport cu calea ferată și în raport cu trenul? La această întrebare se poate răspunde cu toată certitudinea afirmativ; se poate găsi o lege de transformare, absolut precisă, care să permită evaluarea mărimilor spațio-temporale ale unui eveniment atunci cînd se trece de la un sistem de referință la altul.

Înainte de a ne referi la aceasta, vom face următoarele considerații intermediare. Pînă acum am considerat numai

evenimente care se produc de-a lungul căii ferate, căreia i se atribuie, din punct de vedere matematic, proprietățile unei linii drepte. Ne putem însă imagina un sistem de referință ca cel prezentat în § 2, prelungit lateral și în înălțime în așa fel, încît ar permite localizarea în raport cu el a unui fenomen ce se petrece. În mod analog, ne putem imagina că trenul ce se deplasează cu o viteză v este întins în tot spațiul, astfel încît orice fenomen, oricît de îndepărtat, să poată fi localizat și în raport cu acest al doilea sistem. Am putea, fără a comite o eroare principială, să nu ținem seama de faptul că aceste două sisteme, datorită impenetrabilității corpurilor solide, vor trebui să se distrugă mereu. În fiecare din aceste sisteme să ne imaginăm trei planuri rectangulare desemnate prin expresia *planuri de coordonate* („sisteme de coordonate"). Căii ferate îi va corespunde atunci sistemul de coordonate K, iar trenului sistemul K'. Un fenomen oarecare va fi determinat spațial în raport cu K prin trei perpendiculare x, y, z coborîte pe planurile de coordonate, iar temporal printr-o valoare a timpului t. *Același* eveniment va fi determinat spațial și temporal în raport cu K' respectiv prin valorile x', y', z', t', care, firește, nu vor corespunde cu x, y, z, t. Am expus deja mai sus în detaliu modul în care trebuie considerate aceste mărimi ca rezultate ale unor măsurări fizice.

Într-o formulare exactă, problema noastră sună în felul următor. Cît de mari sînt valorile x', y', z', t' ale unui eveniment în raport cu K' atunci cînd sînt date valorile x, y, z, t ale aceluiași eveniment în raport cu K? Relațiile trebuie astfel alese încît legea de propagare a luminii în vid pentru aceeași rază de lumină (oricare ar fi aceasta), prin raport la K și K', să fie verificată. Soluția acestei probleme este dată de ecuațiile următoare, cu orientarea spațială relativă a sistemelor de coordonate indicate de fig. 2.

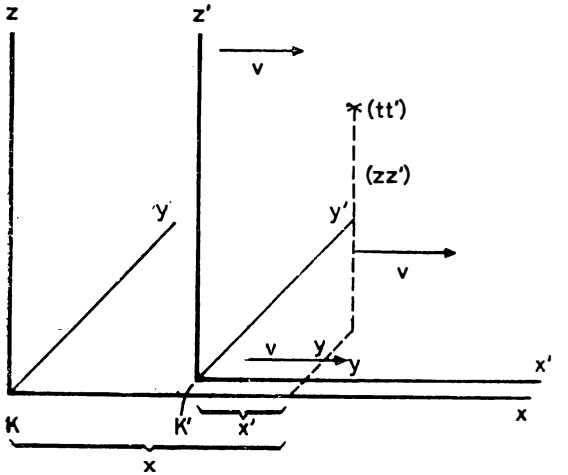


Fig. 2.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

Acest sistem de ecuații este desemnat prin expresia „transformarea Lorentz".

Dacă în locul legii propagării luminii vom lua ca bază supoziția tacită a vechii mecanici asupra caracterului absolut al intervalelor temporale și spațiale, atunci în locul acestor ecuații de transformare vom obține ecuațiile:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

pe care le desemnăm prin „transformarea Galilei". Transformarea Galilei se obține din transformarea Lorentz dacă vom înlocui în ultima egalitate viteza c a luminii cu o viteză de valoare infinită.

Din exemplul următor se vede ușor cum, datorită transformării Lorentz, legea de propagare a luminii în vid este realizată atît pentru sistemul de referință K, cît și pentru sistemul de referință K'. Să presupunem că s-a trimis un semnal luminos de-a lungul axei pozitive x și că el se propagă după ecuația

$$x = ct,$$

deci cu viteza c. Conform ecuațiilor transformării Lorentz, această relație simplă între x și t determină o relație între x' și t'. Dacă vom introduce valoarea ct a lui x în prima și a patra ecuație a transformării-Lorentz se va obține

$$x' = \frac{(c - v)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

de unde se deduce imediat prin împărțire

$$x' = ct'.$$

Această ecuație definește propagarea luminii în raport cu sistemul K'. Rezultă deci că viteza de propagare a luminii în raport cu sistemul de referință K' este de asemenea egală cu c. Analog se întîmplă cu razele de lumină care se propagă în oricare altă direcție. Aceasta nu este de mirare întrucît ecuațiile transformării Lorentz au fost derivate în conformitate cu acest punct de vedere.

§ 12. *Comportamentul etaloanelor și ceasornicelor în mișcare*

Să așezăm în așa fel o riglă de 1 m pe axa x' a sistemului K' încît una din extremitățile ei să coincidă cu punctul $x' = 0$, cealaltă aflîndu-se în punctul $x' = 1$. Care este lungimea acestui metru în raport cu sistemul K? Pentru a afla acest lucru ne va fi suficient să determinăm poziția celor două extremități într-un moment determinat t în raport cu sistemul K. Prima egalitate din transformarea Lorentz ne dă pentru $t = 0$ următoarele valori pentru cele două puncte:

$$x \text{ (începutul metrului)} = 0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$x \text{ (sfîrșitul metrului)} = 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

de unde rezultă distanța dintre puncte ca fiind egală cu $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Dar, în raport cu K, rigla de 1 m se mișcă cu viteza v. De aici decurge că lungimea riglei rigide, aflate în mișcare cu viteza v în sensul lungimii ei, va avea dimensiunea $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Linia rigidă aflată în mișcare este astfel mai scurtă decît aceeași linie aflată în stare de repaus, și anume cu atît mai scurtă cu cît ea se mișcă mai repede. Pentru viteza $v = c$, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0$, iar pentru viteze și mai mari rădăcina va deveni imaginară. De aici vom conclude că în teoria relativității viteza c joacă rolul unei viteze-limită ce nu poate fi atinsă sau depășită de nici un corp real.

Acest rol al vitezei c ca viteză-limită decurge deja din înseși ecuațiile transformării Lorentz. Acestea ar deveni un nonsens dacă v ar fi ales mai mare decît c.

Dacă am fi considerat, invers, o riglă de 1 m pe axa x şi imobilă în raport cu K, am fi găsit că lungimea sa în raport cu K' are valoarea $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$; aceasta coincide cu sensul principiului relativităţii pe care noi l-am pus la baza acestor consideraţii.

Este *a priori* evident că, din ecuaţiile transformării, putem afla ceva asupra comportamentului fizic al etaloanelor de măsură şi al ceasornicelor. Deoarece mărimile x, y, z, t nu sînt altceva decît rezultatele măsurării obţinute cu etaloane şi ceasornice. Dacă am fi utilizat transformarea Galilei, n-am fi obţinut o scurtare a riglei ca urmare a mişcării.

Să considerăm acum un ceasornic cu secunde care se află în $x' = 0$ imobil în raport cu K'. Cele două timpuri $t' = 0$ şi $t' = 1$ reprezintă două bătăi succesive ale acestui orologiu. Prima şi cea de-a patra egalitate a transformării Lorentz ne vor da pentru aceste două bătăi

$$t = 0$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Din punctul de vedere al lui K, ceasornicul se mişcă cu viteza v; în raport cu acest sistem de referinţă, între cele două bătăi nu se scurge 1 secundă, ci $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ secunde, cu alte cuvinte un interval mai mare de timp. Ceasornicul merge, ca urmare a mişcării lui, mai încet decît în starea de repaus. Şi aici c joacă rolul unei viteze-limită inaccesibile.

§ 13. *Teorema de compunere a vitezelor. Experiența lui Fizeau*

Întrucît în practică nu putem mișca etaloane de lungime și ceasornice decît cu viteze mici în raport cu viteza c-a luminii, rezultatele paragrafelor anterioare nu pot fi comparate direct cu realitatea. Dar cum, pe de altă parte, acestea pot să-i pară cititorului absolut ciudate, vom deduce din teorie o altă consecință care poate fi derivată ușor pornind de la cele spuse pînă acum și care va fi confirmată strălucit prin experiment.

În § 6 am derivat teorema de compunere a vitezelor orientate în aceeași direcție în conformitate cu ipotezele mecanicii clasice. Aceasta poate fi obținută ușor și din transformarea Galilei (§ 11). În locul călătorului din vagon vom introduce un punct care se mișcă în raport cu sistemul de coordonate K' după ecuația

$$x' = wt'.$$

Din prima și a patra ecuație a transformării Galilei putem exprima pe x' și t' prin x și t obținînd

$$x = (v + w)t.$$

Această ecuație nu exprimă decît legea de mișcare a punctului în raport cu sistemul K (a omului față de terasamentul căii ferate); vom desemna viteza acestui punct prin W, obținînd, ca în § 6

$$W = v + w. \tag{A}$$

Noi putem să facem un raționament analog bazîndu-ne pe teoria relativității. E suficient să înlocuim în ecuația

$$x' = wt'$$

x' și t' prin x și t folosind prima și a patra ecuație a transformă-

rii Lorentz. Se va obține atunci în locul ecuației (A) ecuația:

$$(B) \qquad W = \frac{v + w}{1 + \frac{vw'}{c^2}}$$

care corespunde teoremei de compunere a vitezelor orientate în aceeași direcție după teoria relativității. Problema este acum, care dintre aceste două teoreme este confirmată de experiență. Aici putem învăța ceva dintr-un experiment extrem de important pe care genialul fizician FIZEAU l-a făcut cu peste o jumătate de secol în urmă și care de atunci a fost repetat de unii dintre cei mai buni fizicieni experimentaliști, astfel încît rezultatul său este indubitabil. Experimentul se referă la următoarea întrebare: într-un fluid imobil lumina se propagă cu o viteză determinată w. Cît de repede se propagă ea, în direcția săgeții, într-o conductă R, dacă prin aceasta trece fluidul respectiv cu viteza v?

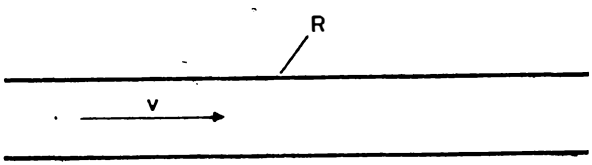


Fig. 3.

Va trebui să presupunem, în sensul principiului relativității, că lumina se propagă întotdeauna cu aceeași viteză w *în raport cu fluidul*, indiferent dacă fluidul se află în mișcare sau nu în raport cu alte corpuri. Cunoscînd deci viteza luminii în raport cu fluidul și viteza acestuia în raport cu conducta, vom căuta să determinăm viteza luminii în raport cu conducta.

Este clar că aici problema cu care avem de-a face este cea din § 6. Conducta joacă rolul terasamentului, respectiv

al sistemului de coordonate K, fluidul jucînd rolul vagonului, adică al sistemului de coordonate K', iar lumina pe acela al călătorului care se deplasează în vagon, altfel spus, al punctului în mișcare la care ne-am referit în acest paragraf. Dacă vom desemna prin W viteza luminii în raport cu conducta, atunci aceasta ar fi dată fie prin ecuația (A), fie prin ecuația (B), după cum realității îi corespunde fie transformarea Galilei, fie transformarea Lorentz.

Experiența * decide în favoarea ecuației (B), derivată din teoria relativității, și anume într-o manieră foarte exactă. Influența vitezei curentului v asupra propagării luminii este reprezentată cu o aproximație superioară lui 1%, prin formula (B), după cele mai recente experiențe extrem de valoroase ale lui ZEEMAN.

Este necesar însă să relevăm faptul că, mult înainte de apariția teoriei relativității, H.A. Lorentz a explicat teoretic acest fenomen pe o cale pur electrodinamică, folosind anumite ipoteze asupra structurii electromagnetice a materiei. Dar aceasta nu diminuează cu nimic forța demonstrativă a experimentului, ca *experimentum crucis*, în favoarea teoriei relativității. Deoarece electrodinamica Maxwell—Lorentz, pe care se întemeia explicația teoretică originară, nu se află în contradicție cu teoria relativității. Ultima, dimpotrivă, a rezultat din electrodinamică, reprezentînd un rezumat surprinzător

---

* FIZEAU a găsit $W = w + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, unde $n = \frac{c}{w}$ reprezintă indicele de refracție al fluidului. Pe de altă parte, cum $\frac{vw}{c^2}$ este mic în raport cu 1, vom putea înlocui (B) prin $W = (w + v)\left(1 - \frac{vw}{c^2}\right)$, sau din nou, cu aceeași aproximație, prin $w + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, ceea ce concordă cu rezultatul lui FIZEAU.

de simplu și o generalizare a unor ipoteze mai înainte reciproc independente pe care era construită electrodinamica.

§ 14. *Valoarea euristică a teoriei relativității*

Drumul de gîndire expus pînă acum poate fi rezumat astfel. Experiența a condus la convingerea că, pe de o parte, principiul relativității (în sens restrîns) e valid și, pe de altă parte, viteza de propagare a luminii în vid este egală cu o constantă c. Prin unificarea acestor două postulate s-a ajuns la legea de transformare pentru coordonate rectangulare x, y, z și timpul t ale evenimentelor ce compun procesele naturale și s-a obținut nu transformarea Galilei, ci (contrar mecanicii clasice) transformarea Lorentz.

În această succesiune de idei legea propagării luminii a jucat un rol important, recunoașterea ei fiind justificată de ceea ce noi cunoaștem realmente. Putem însă, după ce ne aflăm în posesia transformării Lorentz, să o unificăm cu principiul relativității și să rezumăm astfel teoria relativității prin enunțul:

Orice lege generală a naturii trebuie să fie de așa natură încît ea să se transforme într-o lege de exact aceeași formă, atunci cînd în locul variabilelor spațio-temporale x, y, z, t, ale sistemului de coordonate originar K sînt introduse noi variabile spațio-temporale x', y', z', t' ale unui sistem de coordonate K', relația matematică între cele două mulțimi de variabile fiind dată de transformarea Lorentz. Pe scurt: legile generale ale naturii sînt covariante în raport cu transformarea Lorentz.

Aceasta este o condiție matematică precisă pe care teoria relativității o impune unei legi a naturii; ea devine astfel un prețios mijloc euristic ajutător în descoperirea legilor

generale ale naturii. Dacă s-ar găsi o lege generală care n-ar îndeplini această condiție, atunci cel puțin una dintre presupozițiile de bază ale teoriei ar fi contrazisă. Să examinăm acum la ce rezultate s-a ajuns pînă în prezent.

§ 15. *Rezultatele generale ale teoriei*

Din considerațiile prezentate pînă acum rezultă clar că teoria relativității (specială) a apărut din electrodinamică și optică. În aceste domenii ea nu a modificat cu mult enunțurile teoriei, dar a simplificat în mod semnificativ construcția teoretică, adică derivarea legilor și — ceea ce este incomparabil mai important — a diminuat considerabil numărul de ipoteze reciproc independente pe care se bazează teoria. Ea a conferit teoriei Maxwell-Lorentz un asemenea grad de evidență încît aceasta era aplicată cu precădere de către fizicieni chiar și atunci cînd experimentul nu pleda prea convingător în favoarea sa.

Mecanica clasică a avut nevoie mai întîi de o modificare pentru a fi în acord cu exigențele teoriei relativității. Această modificare se referă în esență doar la legile mișcărilor cu viteze mari, la care vitezele v ale materiei nu sînt prea mici în comparație cu viteza luminii. Experiența semnalează asemenea viteze mari doar la electroni și ioni; la alte mișcări abaterile de la legile mecanicii clasice sînt atît de mici încît practic sînt neobservabile. La mișcarea aștrilor ne vom referi doar în cadrul teoriei generale a relativității. După teoria relativității, energia cinetică a unui punct material de masă m nu va mai fi dată prin expresia cunoscută

$$m\frac{v^2}{2},$$

ci prin expresia

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Această expresie devine infinită atunci cînd viteza v se apropie de viteza c a luminii. De aceea trebuie ca viteza să rămînă întotdeauna inferioară lui c, oricît de mari ar fi energiile pe care le-am pune în joc pentru accelerarea corpurilor. Dacă vom dezvolta în serie expresia teoriei cinetice, atunci vom obține

$$mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \ldots$$

Atunci cînd $\frac{v^2}{c^2}$ este mic în raport cu 1, al treilea termen al expresiei e întotdeauna mic în raport cu al doilea, singurul considerat în mecanica clasică. Primul termen, mc^2, nu conține viteza și de el nu se ține seama atunci cînd e vorba de a determina modul în care energia unui punct material depinde de viteză. La importanța lui principială ne vom referi mai tîrziu.

Rezultatul cel mai important de natură generală la care a condus teoria specială a relativității se referă la conceptul de masă. Fizica prerelativistă cunoaște două legi de conservare de o semnificație fundamentală, și anume, principiul conservării energiei și principiul conservării masei; aceste două principii fundamentale apar ca fiind complet independente unul de altul. Teoria relativității le unifică într-un singur principiu. Vom expune doar pe scurt cum se ajunge la acest rezultat și cum trebuie el înțeles.

Principiul relativității cere ca principiul conservării energiei să nu fie valid doar în raport cu un sistem de coordonate K, ci în raport cu orice alt sistem de coordonate K',

care se află în raport cu K într-o translație uniformă (pe scurt, în raport cu orice sistem de coordonate galileean). Trecerea de la un asemenea sistem la altul va fi reglată, în opoziție cu mecanica clasică, de transformarea Lorentz.

Din aceste premise și din ecuațiile fundamentale ale electrodinamicii lui Maxwell se poate deduce necesar prin considerații relativ simple următoarea concluzie: Un corp mobil cu o viteză v, care primește energie E_0 sub formă de raze *, fără a-și modifica astfel viteza, suferă o creștere a energiei egală cu

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}.$$

Așadar, dacă vom lua în considerație expresia menționată mai sus a energiei cinetice, energia căutată a corpului va fi dată prin

$$\frac{\left(m+\frac{E_0}{C^2}\right)c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Corpul are deci atunci aceeași energie ca și un corp mobil cu viteza v și cu masa $m+\frac{E_0}{c^2}$. Putem astfel spune: dacă un corp primește o energie E_0, masa sa de inerție va crește cu $\frac{E_0}{c^2}$; masa inerțială a unui corp nu mai este constantă, ci ea este variabilă proporțional cu modificarea de energie

*E_0 reprezintă energia primită, considerată în raport cu un sistem de coordonate care se mișcă o dată cu corpul.

pe care o posedă. Masa inerțială a unui sistem de corpuri poate fi deci considerată direct ca măsură pentru energia sa. Principiul conservării masei unui sistem se suprapune cu principiul conservării energiei, fiind valabil numai în măsura în care sistemul nu primește sau nu cedează energie. Dacă vom scrie expresia energiei sub forma

$$\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

atunci putem observa că forma mc^2, pe care am remarcat-o deja anterior, nu este altceva decît energia pe care o posedă corpul * înainte de a fi primit energia E_0.

Compararea directă a acestui principiu cu experiența este imposibilă pentru moment, deoarece variațiile de energie E_0 pe care le putem imprima unui sistem nu sînt suficient de mari pentru a putea modifica masa inerțială într-o modalitate observabilă. Cantitatea $\frac{E_0}{c^2}$ este prea mică în raport cu masa m pe care o avea corpul înainte de a fi suferit o modificare de energie. Pe aceasta se bazează faptul că se poate formula cu succes principiul conservării masei cu validitate independentă.

Încă o ultimă observație de natură principială. Succesul interpretării Faraday-Maxwell a acțiunii electromagnetice la distanță prin procese intermediare cu viteză de propagare finită a determinat convingerea că nu există acțiuni la distanță nemijlocite, instantanee de tipul legii gravitației a lui Newton. Teoria relativității a înlocuit acțiunea instantanee la distanță, adică acțiunea la distanță cu o viteză de propagare infinită, printr-o acțiune la distanță cu viteza luminii. Acest fapt

* Considerat în raport cu un sistem de coordonate care se mișcă o dată cu el.

se corelează cu rolul principial pe care viteza c îl are în această teorie. În cea de-a doua parte se va arăta cum trebuie modificat acest rezultat în teoria generală a relativității.

§ 16. *Teoria specială a relativității și experiența*

La întrebarea, în ce măsură teoria specială a relativității este întemeiată pe experiență, nu este simplu de răspuns dintr-un motiv care a fost amintit deja în legătură cu experiența fundamentală a lui FIZEAU. Teoria specială a relativității s-a cristalizat pornind de la teoria Maxwell-Lorentz a fenomenelor electromagnetice. Prin aceasta, toate experiențele care sprijină acea teorie electromagnetică sprijină și teoria relativității. Semnalez aici ca deosebit de important faptul că teoria relativității explică într-un mod extrem de simplu, în concordanță cu experiența, influențele pe care mișcarea relativă a Pământului în raport cu stelele fixe le exercită asupra luminii care ne vine de la acestea. Acestea sînt deplasarea anuală a poziției aparente a stelelor fixe ca urmare a mișcării Pământului în jurul Soarelui (aberația) și influența componentei radiale a mișcării relative a stelelor fixe în raport cu Pământul asupra culorii luminii care ajunge pînă la noi; ultima influență se exprimă într-o mică deplasare a liniilor spectrului determinat de lumina care vine de la aceste stele fixe, în raport cu spectrul dat de o sursă de lumină terestră (principiul lui DOPPLER). Argumentele experimentale în favoarea teoriei Maxwell-Lorentz, care reprezintă în același timp și argumente pentru teoria relativității, sînt prea numeroase pentru a fi expuse aici. Ele restrîng realmente posibilitatea teoretică, astfel încît nici o altă teorie decît teoria Maxwell-Lorentz n-ar putea rezista probei experienței.

Există însă două clase de fapte experimentale descoperite pînă în prezent pe care teoria Maxwell-Lorentz nu le poate explica decît recurgînd la o ipoteză auxiliară care pare, în sine, stranie — dacă nu se consideră în relație cu teoria relativității.

Este cunoscut faptul că razele catodice și așa-numitele raze β emise de substanțele radioactive sînt compuse din corpusculi electrici negativi (electroni) cu o inerție foarte mică și cu viteză foarte mare. Se poate determina foarte exact legea de mișcare a acestor corpusculi, studiind devierea acestor raze sub influența cîmpurilor electrice și magnetice.

În studiul teoretic al electronilor s-a întîmpinat o dificultate legată de faptul că electrodinamica nu poate, singură, să dea seama de natura lor. Întrucît masele electrice de același semn se resping, masele negative ce constituie electronii ar trebui să se separe sub influența acțiunii lor reciproce, dacă între ele n-ar acționa alte forțe a căror natură ne este pînă în prezent neclară *. Dacă se va admite că distanțele relative ale maselor electrice ce constituie un electron rămîn invariabile în ciuda mișcării acestuia (legătură rigidă în sensul mecanicii clasice), atunci se ajunge la o lege de mișcare a electronului care nu corespunde experienței. Ghidat de considerații pur formale, H. A. Lorentz a introdus primul ipoteza după care corpurile electronilor în mișcare cunosc o contracție pe direcția de mișcare proporțională cu expresiei $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Această ipoteză, care nu se poate justifica prin nimic în electrodinamică, oferă acea lege de mișcare pe care experiența a verificat-o în anii din urmă cu o precizie foarte mare.

* Teoria generală a relativității recomandă concepția după care masele electrice ale unui electron sînt menținute împreună prin forțele de gravitație.

Teoria relativității oferă aceeași lege de mișcare fără a avea nevoie de vreo ipoteză specială asupra structurii și a comportamentului electronului. Lucrurile se petrec analog cu cele analizate în § 13 în legătură cu experimentul lui Fizeau, al cărui rezultat a fost facilitat de teoria relativității fără să trebuiască să se mai facă vreo ipoteză asupra naturii fizice a fluidului.

A doua clasă de fapte la care vom face aluzie aici se referă la întrebarea dacă, prin experiența făcută pe Pământ, poate fi observată mișcarea acestuia în spațiul cosmic. Încă în § 5 s-a făcut mențiunea că toate tentativele de acest fel s-au soldat cu rezultate negative. Înainte de formularea teoriei relativității știința întîmpina dificultăți în explicarea acestor rezultate. Lucrurile se prezentau astfel:

Prejudecățile tradiționale asupra spațiului și timpului nu îngăduiau nici o îndoială asupra validității transformării. Galilei pentru trecerea de la un sistem de referință la altul. Dacă admitem că ecuațiile Maxwell-Lorentz sînt valabile pentru un sistem de referință K, atunci vom găsi că ele nu pot fi valide pentru un alt sistem de referință K', aflat în raport cu primul în mișcare uniformă, dacă admitem că între coordonatele lui K și K' au loc relațiile din transformarea Galilei. Prin aceasta pare că dintre toate sistemele de coordonate galileene se distinge unul, K, aflat într-o stare de mișcare determinată. Aceasta se interpretează fizic considerînd pe K în repaus în raport cu un ipotetic eter luminos. Dimpotrivă, toate sistemele de coordonate K' ce se mișcă în raport cu K s-ar afla în mișcare în raport cu eterul. Acestei mișcări a lui K' în raport cu eterul („vîntul eteric" în raport cu K') i se atribuiau legi complicate care trebuiau să fie valide în raport cu K'. Și în raport cu Pământul trebuia admis un asemenea vînt eteric și fizicienii au încercat multă vreme să-l pună în evidență.

Pentru aceasta, Michelson a găsit o cale care părea infailibilă. Să ne imaginăm două oglinzi dispuse pe un corp solid cu fețele reflectante orientate una spre alta. O rază de lumină are nevoie de un interval de timp T bine determinat pentru a parcurge înainte și înapoi drumul ce separă cele două oglinzi, în cazul în care sistemul este imobil în raport cu eterul luminos. Pentru aceasta se găsește însă prin calcul un interval de timp T' puțin diferit atunci cînd corpul și oglinzile se află în mișcare în raport cu eterul. Mai mult, calculul arată că acest interval de timp T' este diferit în funcție de faptul dacă corpul se deplasează perpendicular pe planul oglinzilor sau paralel cu acesta, cu o viteză dată v în raport cu eterul. Oricît de neînsemnată ar fi diferența astfel calculată dintre cele două intervale de timp, Michelson și Morley au realizat un experiment de interferență care ar fi scos clar în evidență această diferență. Dar, spre marea consternare a fizicienilor, experimentul a condus la un rezultat negativ. Lorentz și Fitzgerald au scos teoria din această dificultate admițînd că mișcarea corpurilor în raport cu eterul produce o contracție a acestora în direcția mișcării care ar reprezenta cauza pentru dispariția acestei diferențe de timp. O comparație cu cele expuse în § 12 ne arată că această soluție a fost corectă și din punctul de vedere al teoriei relativității. Dar teoria relativității dă o altă reprezentare asupra lucrurilor, mult mai satisfăcătoare. După ea, nu există nici un sistem de referință preferențial, care să ofere ocazia introducerii ideii de eter; prin urmare, nu se admite nici vîntul eteric și nici un experiment care l-ar putea pune în evidență. Contracția corpurilor în mișcare decurge aici fără vreo ipoteză specială din cele două principii fundamentale ale teoriei; și, fără îndoială, nu mișcarea în sine (care pentru noi n-are nici un sens) este cea care determină această contracție, ci mișcarea în raport cu sistemul de referință dinainte ales. De aceea, ansamblul celor două oglinzi

din experiența lui Michelson și Morley nu este scurtat pentru un sistem de referință antrenat cu Pămîntul, ci pentru un sistem de referință imobil în raport cu Soarele.

§ 17. *Spațiul cvadridimensional al lui Minkowski*

Ori de cîte ori aud de „cvadridimensional" matematicienii sînt scuturați de un frison mistic, stare care se aseamănă mult cu cea provocată de o fantomă de teatru. Și totuși, nici un enunț nu este mai banal decît cel care afirmă că lumea noastră obișnuită este un continuu spațio-temporal cvadridimensional.

Spațiul este un continuu tridimensional. Aceasta înseamnă că este posibil să se descrie poziția unui punct (imobil) prin trei numere (coordonate), x, y, z și că pentru fiecare punct există puncte oricît de „învecinate" a căror poziție poate fi determinată prin asemenea valori ale coordonatelor (coordonate) x_1, y_1, z_1 oricît de apropiate de coordonatele x, y, z ale primului punct considerat. Din cauza ultimei proprietăți vorbim de „continuu" și din cauza numărului trei al coordonatelor vorbim de „tridimensional".

Analog, lumea fenomenelor fizice, denumită pe scurt de Minkowski „lumea" (universul) este în mod natural cvadridimensională în sens spațio-temporal. Deoarece ea este compusă dintr-un anumit număr de evenimente izolate, fiecare dintre ele fiind determinat prin patru numere și anume trei coordonate de poziție x, y, z și o coordonată de timp, valoarea timpului t. „Lumea" în acest sens este de asemenea un continuu, căci pentru orice eveniment există oricîte evenimente „vecine" (realizate sau imaginate), ale căror coordonate x_1, y_1, z_1, t_1 se deosebesc oricît de puțin de cele ale evenimentului original tratat. Faptul că noi nu sîntem obișnuiți să concepem

lumea în acest sens ca un continuu cvadridimensional se bazează pe aceea că în fizica prerelativistă timpul juca un rol diferit, independent de cel al coordonatelor spațiale. De aceea ne-am obișnuit să tratăm timpul drept un continuu independent. De fapt, în fizica clasică, timpul este o mărime absolută, adică independentă de *situația* și de *starea de mișcare* a sistemului de referință. Aceasta se exprimă prin ultima ecuație a transformării Galilei ($t' = t$).

Prin teoria relativității se oferă modul de tratare cvadridimensională a lumii, deoarece conform acestei teorii timpului i se răpește independența, așa cum ne arată a patra ecuație a transformării Lorentz:

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

După această ecuație diferența temporală $\Delta t'$ a două evenimente în raport cu K' în general nu se anulează, dacă diferența temporală Δt a acelorași se anulează în raport cu K. Distanța pur spațială a două evenimente în raport cu K are drept consecință o distanță temporală a acestora în raport cu K'. Dar nu în aceasta constă importanta descoperire a lui Minkowski pentru dezvoltarea formală a teoriei relativității. Ea constă mai degrabă în ideea după care conținutul cvadridimensional spațio-temporal al teoriei relativității manifestă în trăsăturile lui formale fundamentale o adîncă înrudire cu conținutul tridimensional al geometriei euclidiene *. Pentru a evidenția această înrudire , trebuie să se introducă în locul coordonatei obișnuite t a timpului mărimea proporțională cu ea și imaginară $\sqrt{-1}$ ct. Atunci însă

* O expunere mai detaliată a acestei teme se află în anexa la această lucrare.

legile naturii care satisfac exigențele teoriei speciale a relativității iau forme matematice în care coordonatele temporale joacă exact același rol cu cel al celor trei coordonate spațiale. Aceste patru coordonate corespund formal întru totul celor trei coordonate spațiale ale geometriei euclidiene. Prin această idee pur formală, așa cum trebuie să-i apară și nematematicianului, teoria cîștigă extraordinar în claritate.

Aceste indicații sumare nu-i oferă cititorului decît o idee vagă asupra conceptului important al lui Minkowski, fără de care teoria generală a relativității, care, în liniile ei principale, va fi expusă în continuare, ar fi rămas poate pentru totdeauna în stare incipientă. Totuși, deoarece înțelegerea ideilor fundamentale ale teoriei speciale a relativității și ale teoriei generale a relativității nu reclamă în mod necesar aprofundarea mai exactă a acestui subiect, în mod greu accesibil pentru un cititor nefamiliarizat cu matematica, îl vom părăsi, urmînd a reveni asupra lui de-abia în ultimele expuneri ale acestei cărți.

PARTEA A DOUA

DESPRE TEORIA GENERALĂ A RELATIVITĂȚII

§ 18. *Principiul special și general al relativității*

Teza fundamentală în jurul căreia se centrează toate considerațiile de pînă acum a fost *principiul special al relativității*, adică principiul relativității fizice a tuturor mișcărilor *uniforme*. Să-i analizăm încă o dată exact conținutul!

Dintotdeauna a părut evident că nici o mișcare nu ar putea fi considerată conform cu însuși conceptul său decît ca o mișcare *relativă*. Să considerăm astfel din nou exemplul utilizat de mai multe ori cu calea ferată și vagonul. Am putea enunța faptul acestei mișcări la fel de bine în următoarele două forme:

a) Vagonul se mișcă în raport cu calea ferată;

b) Calea ferată se mișcă în raport cu vagonul.

În cazul a) pentru acest enunț servește ca sistem de referință calea ferată, iar în cazul b), vagonul. Pentru simpla determinare, adică descriere a mișcării, este indiferent, în principiu, la care dintre aceste sisteme de referință se raportează mișcarea. Aceasta este, după cum am spus, o evidență care nu trebuie confundată cu un enunț mai cuprinzător, pe care noi l-am numit „principiul relativității" și pe care l-am pus la baza cercetărilor noastre.

Principiul folosit de noi nu afirmă numai faptul că putem să alegem ca sistem de referință pentru descrierea mișcării

oricărui fenomen la fel de bine atît vagonul cît și calea ferată (căci și acest fapt e evident). Principiul nostru afirmă, în plus: dacă se formulează legile generale ale naturii, așa cum rezultă ele din experiență:

a) fie că se alege calea ferată ca sistem de referință,

b) fie că se alege vagonul ca sistem de referință, aceste legi sînt perfect identice în ambele cazuri (de exemplu, legile mecanicii sau legea propagării vitezei luminii în vid). Ne putem exprima și în felul următor: pentru descrierea *fizică* a proceselor naturale nu poate fi distins nici unul dintre sistemele de referință K și K'. Acest ultim enunț nu este necesarmente *a priori* adevărat cum este primul; el nu este conținut în noțiunile de „mișcare" și „sistem de referință" și nu e derivabil imediat din ele, ci asupra validității lui va decide numai *experiența*.

Pînă în prezent noi n-am afirmat echivalența tuturor sistemelor de referință K în raport cu formularea legilor naturii. Mai degrabă am folosit o altă cale. Noi am plecat în primul rînd de la ipoteza că există un sistem de referință K cu o asemenea stare de mișcare încît față de el e valid principiul lui Galilei: un punct material izolat, îndepărtat de toate celelalte corpuri se mișcă uniform și rectiliniu. În raport cu K (sistem de referință galileean) legile naturii trebuie să fie cît mai simple cu putință. În afara lui K însă, celelalte sisteme de referință K' vor trebui privilegiate în acest sens și, pentru formularea legilor naturii, considerate echivalente cu K care descriu în raport cu K o mișcare rectilinie și uniformă, lipsită de rotație; toate aceste sisteme de referință vor fi considerate sisteme de referință galileene. Numai pentru aceste sisteme de referință a fost admisă validitatea principiului relativității și nu pentru altele care efectuează alt fel de mișcări. În acest sens vorbim de principiul *special* al relativității, respectiv de teoria specială a relativității.

În opoziție cu acestea, prin „principiul general al relativității" vom înțelege afirmația: toate sistemele de referință K, K' etc. sînt echivalente pentru descrierea naturii (formularea legilor generale ale naturii), oricare ar fi starea lor de mișcare. Vom observa de îndată că această formulare va fi înlocuită printr-una mai abstractă din motive ce vor apărea doar mai tîrziu.

După ce s-a confirmat introducerea principiului special al relativității, oricărui spirit avid de generalizare trebuie să-i apară ademenitoare ideea de a îndrăzni să facă pasul spre principiul general al relativității. Dar o apreciere simplă, foarte întemeiată în aparență, face ca, pentru moment, o asemenea tentativă să pară fără șanse. Cititorul să se imagineze în vagonul, atît de des invocat, care se mișcă uniform. Atîta vreme cît vagonul se mișcă uniform, călătorii nu vor percepe nimic cu privire la mișcarea vagonului. Călătorii și-ar putea chiar închipui că vagonul este imobil și că în mișcare se află terasamentul. Potrivit principiului special al relativității, această interpretare este de altfel absolut justificată și din punctul de vedere al fizicii.

Să presupunem că, în urma unei frînări bruște, mișcarea vagonului nu mai este uniformă; călătorul va simți o precipitare violentă înainte. Mișcarea accelerată a vagonului se manifestă prin comportamentul mecanic al corpurilor relativ la el; comportamentul mecanic nu este același ca în cazul examinat anterior și pare de aceea exclus ca aceleași legi mecanice să fie valide relativ la vagoanele în mișcare neuniformă ca și relativ la vagoanele în repaus sau în mișcare uniformă. În orice caz este clar că principiul fundamental al lui Galilei nu mai este valabil pentru vagoanele în mișcare neuniformă. Sîntem de aceea obligați să-i acordăm mișcării neuniforme, în ciuda principiului general al relativității, un gen de realitate fizică absolută. Vom vedea însă mai tîrziu că această concluzie nu este validă.

§ 19. *Cîmpul gravitațional*

La întrebarea „De ce o piatră pe care o ridicăm și apoi o lăsăm liberă cade la pămînt?“ se răspunde de obicei: „Deoarece ea este atrasă de pămînt“. Fizica modernă formulează răspunsul oarecum diferit, din următorul motiv. Studierea exactă a fenomenelor electromagnetice a condus la concluzia că nu există o acțiune nemijlocită la distanță. De exemplu, atunci cînd un magnet atrage o bucată de fier, nu trebuie să ne declarăm mulțumiți cu ideea că magnetul acționează direct asupra fierului prin spațiul vid care le separă, ci că trebuie să ne imaginăm mai degrabă, după Faraday, că magnetul creează permanent în spațiul care-l înconjoară ceva fizic real desemnat prin „cîmp magnetic“. La rîndul său, acest cîmp magnetic acționează asupra bucății de fier în așa fel încît aceasta tinde să se deplaseze spre magnet. Nu vom discuta aici justificarea acestei noțiuni intermediare arbitrare. Vom observa doar că, datorită ei, fenomenele electromagnetice pot fi reprezentate teoretic mult mai satisfăcător decît fără ea, în special propagarea undelor electromagnetice. În mod analog se concep și efectele gravitației.

Pămîntul acționează indirect asupra pietrei. El generează în vecinătatea sa un cîmp gravitațional. Acesta acționează asupra pietrei și provoacă mișcarea ei de cădere. Forța acestei acțiuni asupra unui corp descrește conform experienței pe măsură ce ne îndepărtăm de Pămînt, conform unei legi perfect determinate. Potrivit modului nostru de a concepe lucrurile, aceasta vrea să spună: Legea care guvernează proprietățile spațiale ale cîmpului gravitațional trebuie să fie una precis determinată pentru a reprezenta corect scăderea acțiunii gravitației cu distanța corpurilor care acționează. Ne reprezentăm oarecum corpurile (de exemplu, Pămîntul) generînd direct cîmpul în vecinătatea lor imediată; la o

distanță mai mare intensitatea și direcția cîmpului vor fi determinate de legea care guvernează proprietățile spațiale ale cîmpului gravitațional.

În opoziție cu cîmpurile electrice și magnetice, cîmpul gravitațional prezintă o proprietate absolut remarcabilă care va fi de o importanță fundamentală pentru cele ce urmează. Corpurile care se mișcă exclusiv sub acțiunea cîmpului de gravitate suferă o accelerație ce nu depinde nici de substanța, nici de starea lor fizică. O bucată de plumb și una de lemn, în vid, de exemplu, vor cădea la fel de repede în cîmpul de gravitate, dacă le vom lăsa să cadă fără, resp. respectiv cu aceeași viteză inițială. Am putea formula și altfel această lege de o validitate extrem de precisă pe baza următoarelor considerente.

După legea de mișcare a lui Newton

$$(\text{Forța}) = (\text{Masa inerțială}) \times (\text{Accelerația})$$

unde „masa inerțială" este o constantă caracteristică a corpurilor accelerate. Dacă se consideră gravitația ca forță de accelerație, atunci vom avea, pe de altă parte,

$$(\text{Forța}) = (\text{Masa grea}) \times (\text{Intensitatea cîmpului de gravitate}),$$

unde „masa gravitațională" este, de asemenea, o constantă caracteristică pentru corpuri. Din cele două relații decurge:

$$(\text{Accelerația}) = \frac{(\text{Masa grea})}{(\text{Masa inerțială})} \times (\text{Intensitatea cîmpului de gravitate})$$

Experiența demonstrează că, pentru un cîmp de gravitate dat, accelerația este mereu aceeași, fiind independentă de natura și de starea corpurilor; de aici rezultă că raportul dintre masa grea și masa inerțială este mereu același pentru toate corpurile. Am putea deci, alegînd convenabil unitățile, să facem acest raport egal cu 1. Atunci e valabilă propoziția: Masa *grea* și masa *inerțială* ale unui corp sînt identice.

Mecanica de pînă acum a *înregistrat* această propoziție importantă, dar n-a interpretat-o. O interpretare satisfăcătoare poate apărea doar atunci cînd se admite că aceeași calitate a corpului se manifestă după circumstanțe ca „inerție" sau ca „greutate". Vom expune în capitolul următor în ce măsură acest lucru se petrece realmente și cum se corelează această problemă cu postulatul general al relativității.

§ 20. *Identitatea maselor grea și inerțială ca argument pentru postulatul general al relativității*

Să ne imaginăm o mare porțiune a spațiului cosmic vid, atît de îndepărtată de aștri și de orice masă importantă, încît ne încadrăm cu mare precizie în cazul prevăzut pentru legea fundamentală a lui Galilei. Atunci, pentru această porțiune a lumii devine posibil să alegem un sistem de referință galileean în raport cu care punctele imobile rămîn imobile și punctele în mișcare conservă constant o mișcare rectilinie și uniformă. Să ne imaginăm ca sistem de referință o imensă cutie de forma unei camere; să presupunem că în interiorul ei se află un observator prevăzut cu aparate. Pentru el, natural, nu există greutate. El va trebui să se fixeze pe podea prin sfori pentru ca nu cumva, la cea mai mică ciocnire cu planșeul, să se înalțe lent spre plafonul camerei.

Să presupunem că în mijlocul capacului cutiei se găsește în afară un cîrlig fixat prin corzi și că cineva trage de el cu o forță constantă. Cutia și observatorul încep să zboare în mișcare uniform accelerată în „sus". Viteza lor va crește fantastic în timp, dacă vom considera acest ansamblu relativ la un alt corp de referință de care nu se trage cu ajutorul unei corzi.

Cum judecă omul din cutie acest proces ? Accelerația cutiei îi va fi transmisă acesteia sub forma contrapresiunii prin

intermediul planșeului. El va trebui deci să preia această presiune prin picioarele sale, dacă nu va dori să se întindă pe jos cît este de lung. El stă deci în cutia sa exact la fel cum stă omul în camera unei case. Dacă va lăsa să-i cadă un corp pe care mai înainte îl ținuse în mînă, atunci accelerația cutiei nu se va transmite acestui corp și corpul se va apropia de planșeul cutiei cu o mișcare relativă accelerată. Observatorul se va convinge apoi că *accelerația corpurilor în raport cu planșeul este întotdeauna aceeași, oricare ar fi corpul cu care el face experiența.*

Bazîndu-se pe cunoștințele sale asupra cîmpului de gravitate, despre care am vorbit în capitolul precedent, observatorul va ajunge la rezultatul că se află, împreună cu cutia, într-un cîmp de gravitate constant în raport cu timpul. O clipă va fi mirat de faptul că această cutie nu cade în cîmpul de gravitate. După aceea va descoperi cîrligul în mijlocul plafonului și coarda întinsă fixată de el și va conchide: cutia e suspendată astfel încît rămîne imobilă în cîmpul de gravitate.

Avem dreptul să zîmbim și să spunem că această concluzie a observatorului este eronată? Cred că nu, dacă dorim să rămînem consecvenți cu noi înșine; mai mult, va trebui să admitem că modul lui de a concepe lucrurile nu se opune nici rațiunii și nici legilor mecanice cunoscute. Putem considera cutia ca imobilă, chiar dacă ea se află în mișcare accelerată în raport cu „spațiul galileean" analizat anterior. Avem astfel un bun temei să extindem principiul relativității la sistemele de referință aflate în mișcare accelerată unele în raport cu altele, obținînd astfel un argument serios pentru un postulat al relativității generalizate.

Trebuie să se remarce că posibilitatea acestui mod de a concepe lucrurile se bazează pe proprietatea fundamentală a cîmpului de gravitate de a transmite tuturor corpurilor

aceeași accelerație sau, în mod echivalent, pe legea identității masei inerțiale și a masei grele. Dacă această lege a naturii n-ar exista, observatorul din cutia în mișcare accelerată n-ar interpreta comportamentul corpurilor din preajma sa prin ipoteza unui cîmp de gravitate, iar experiența nu i-ar permite să considere sistemul său de referință ca „imobil".

Să presupunem că observatorul din cutie fixează pe partea interioară a plafonului cutiei o coardă, suspendînd un corp la extremitatea ei liberă. Coarda va rămîne întinsă și atîrnînd „vertical" sub influența acestui corp. Să cercetăm cauza tensiunii corzii. Observatorul din cutia sa va spune: „Corpul suspendat este supus în cîmpul de gravitate unei forțe dirijate în jos care este echilibrată de tensiunea corzii. *Masa grea* a corpului suspendat este aceea care determină mărimea tensiunii corzii". Pe de altă parte, un observator care plutește liber în spațiu va judeca lucrurile astfel: „Coarda este antrenată în mișcarea accelerată a cutiei și o transmite corpului fixat de ea. Tensiunea corzii este atît de mare, încît ea poate să producă accelerația corpului. *Masa inerțială* a corpului este aceea care determină tensiunea corzii". Vom vedea din acest exemplu că, generalizînd principiul relativității am pus în evidență *necesitatea* egalității masei inerțiale cu masa grea. Astfel am ajuns la o interpretare fizică a acestei propoziții.

Din considerațiile asupra cutiei în mișcare accelerată se poate observa că teoria generală a relativității trebuie să ofere rezultate importante cu privire la legile gravitației. De fapt, dezvoltarea consecventă a ideii relativității generale a condus la legile care regizează cîmpul gravitațional. Trebuie totuși să avertizez cititorul asupra unei neînțelegeri ce ar putea rezulta din cele spuse mai sus. Pentru omul din cutie există un cîmp gravitațional, în ciuda faptului că pentru primul sistem de coordonate ales nu a existat unul. S-ar

putea deduce ușor că existența unui cîmp gravitațional este întotdeauna doar *aparentă*. S-ar putea crede că, oricare ar fi cîmpul gravitațional considerat, ar putea fi ales întotdeauna un alt sistem de referință, astfel încît în raport cu el să nu existe nici un cîmp gravitațional. Acesta nu este însă cazul pentru toate cîmpurile gravitaționale, ci numai pentru unele de o structură cu totul specială. E imposibil, de exemplu, să alegem un sistem de referință astfel, încît, privind lucrurile în raport cu el, cîmpul gravitațional al Pămîntului să dispară (în toată tensiunea lui).

Observăm acum de ce argumentul expus la sfîrșitul § 18 împotriva principiului general al relativității nu este demonstrativ. Este adevărat că observatorul din vagon se va simți împins înainte în timpul unei frînări bruște, sesizînd astfel viteza neuniformă (accelerată) a vagonului. Dar nimeni nu-l obligă să atribuie acest impuls unei accelerații „reale" a vagonului. El ar putea să interpreteze fenomenul și astfel: „Sistemul meu de referință (vagonul) rămîne permanent imobil. Dar în raport cu el acționează (în timpul frînării) un cîmp de gravitate orientat înainte și variabil în timp. Sub influența acestuia terasamentul se mișcă o dată cu Pămîntul, astfel încît viteza inițială a acestuia, orientată înapoi, descrește constant. Așadar, cîmpului de gravitate i se datorează impulsul primit de observator".

§ 21. *În ce măsură fundamentele mecanicii clasice și ale teoriei speciale a relativității sînt nesatisfăcătoare?*

După cum am amintit de mai multe ori, mecanica clasică pleacă de la principiul: punctele materiale aflate suficient de departe de altele se mișcă rectiliniu și uniform sau își conservă starea de repaus. Am relevat în repetate rînduri

că această lege fundamentală nu poate fi valabilă decît pentru sisteme de referință K aflate într-o anumită stare de mișcare specială, deplasîndu-se unele față de altele într-o mișcare uniformă de translație. Acest principiu nu este valid în raport cu alte sisteme de referință K. Atît în mecanica clasică cît și în teoria specială a relativității se distinge în mod corespunzător între sisteme de referință K, în raport cu care legile naturii sînt valide, și sisteme de referință K, în raport cu care legile naturii nu sînt valide.

Dar nici un spirit logic nu se poate declara satisfăcut de această stare de lucruri. El își pune întrebarea: „Cum e posibil ca anumite sisteme de referință (respectiv starea lor de mișcare) să se distingă de alte sisteme de referință (sau de starea lor de mișcare) ? *Care este temeiul acestei distincții?*" Mă voi servi de o comparație pentru a arăta mai clar ce vreau să spun cu această întrebare.

Considerăm un aragaz pe care se află două vase atît de asemănătoare încît pot fi confundate. Ambele sînt pe jumătate umplute cu apă. Remarcăm faptul că dintr-unul din aceste vase se ridică mereu aburi, nu însă și din celălalt. Ne vom mira, chiar dacă nu am fi văzut niciodată pînă atunci un aragaz și un vas pentru fiert apă. Mirarea noastră va dispărea atunci cînd sub primul vas vom observa licărind ceva albăstrui, iar sub al doilea nu (chiar dacă pînă atunci n-am văzut o flacără de aragaz). Vom putea doar spune că acest ceva albăstrui reprezintă cauza degajării vaporilor sau, în orice caz, *ar putea fi* cauza lor. Dacă nu am fi observat acest ceva albăstrui sub nici unul dintre vase și dacă totuși am fi observat că unul dintre ele degajă continuu vapori, nu însă și celălalt, am fi rămas atîta vreme mirați și nesatisfăcuți, pînă cînd nu am fi sesizat o situație pe care s-o facem răspunzătoare de comportamentul diferit al celor două vase.

În mod analog, în mecanica clasică (respectiv, în teoria specială a relativității) noi căutăm în zadar după ceva real

prin care să întemeiem comportamentul diferit al corpurilor în raport cu sistemele de referință K și K'*. Newton cunoștea deja această obiecție și a încercat fără succes să o combată. E. Mach este acela care a recunoscut-o cel mai clar și a cerut din această cauză ca mecanica clasică să fie fundată pe alte baze. Această obiecție nu poate fi depășită decît printr-o fizică în conformitate cu principiul general al relativității. Deoarece ecuațiile acestei teorii sînt valide pentru orice sistem de referință, indiferent de starea de mișcare în care s-ar afla.

§ 22. *Unele consecințe ale principiului general al relativității*

Considerațiile din § 20 arată că principiul general al relativității ne pune în situația de a deriva pe o cale pur teoretică proprietățile cîmpului gravitațional. Să presupunem că se cunoaște desfășurarea spațio-temporală a unui proces natural oarecare, așa cum se petrece el în domeniul galileean relativ la un sistem de referință galileean K. Atunci am putea afla prin operații pur teoretice, adică prin simplu calcul, cum se comportă acest fenomen natural cunoscut în raport cu un sistem de referință K' în mișcare accelerată față de K. Întrucît însă în raport cu acest nou sistem de referință K' există un cîmp gravitațional, se poate deduce rațional modul în care acest cîmp gravitațional influențează fenomenul studiat. Astfel noi aflăm, de exemplu, că un corp în mișcare rectilinie uniformă în raport cu K (corespunzător principiului lui Galilei) are o mișcare accelerată și în general curbilinie,

* Această obiecție este în mod special importantă dacă starea de mișcare a sistemului de referință este de așa natură, încît pentru menținerea ei nu este necesară nici o influență exterioară, de exemplu, în cazul în care sistemul de referință se rotește uniform.

în raport cu sistemul de referință accelerat K′ (cutie). Această accelerație, respectiv curbură, corespunde influenței asupra corpului în mișcare a cîmpului gravitațional care se manifestă relativ la *K′*. Faptul că acest cîmp gravitațional influențează în acest mod mișcarea corpurilor e cunoscut, prin urmare observația de față nu ne-a adus nimic nou în principiu.

Vom obține însă un rezultat nou de o importanță fundamentală, dacă vom aplica această observație la o rază de lumină. Ea se propagă, în raport cu un sistem de referință galileean *K′*, în linie dreaptă cu viteza *c*. Dar, în raport cu o cutie aflată în mișcare accelerată (sistemul de referință *K′*), traiectoria acestei raze de lumină, după cum se poate demonstra ușor, nu mai este o linie dreaptă. De aici trebuie să conchidem că, *în general, în cîmpurile gravitaționale, razele de lumină nu se propagă în linie dreaptă.* Acest rezultat este foarte important din două puncte de vedere.

În primul rînd, el se poate confrunta direct cu realitatea. Dacă un raționament ne arată că această curbură a razelor de lumină, calculată după Teoria generală a relativității, nu este decît foarte mică pentru cîmpurile de gravitație de care dispune în experiența noastră, ea trebuie să atingă 1,7 sec. de arc pentru razele de lumină care se propagă prin apropierea Soarelui. De aici trebuie să rezulte că stelele fixe, vizate din apropierea Soarelui, observație posibilă în timpul eclipselor totale, ne vor apărea îndepărtate de Soare în raport cu poziția pe care ele o ocupă pe cer atunci cînd Soarele se află într-un alt punct al Cerului. Verificarea realizării sau nerealizării acestei consecințe este o sarcină de cea mai mare importanță, a cărei soluție viitoare o sperăm din partea astronomilor*.

* Existența devierii luminii cerută de teorie a fost constatată fotografic cu ocazia eclipsei de Soare din 30 mai 1919 de către două expediții organizate de Royal Society sub conducerea astronomilor Eddington și Crommelin.

În al doilea rînd, această consecință ne arată că, după teoria generală a relativității, legea adesea enunțată a constantei vitezei luminii în vid, ce constituie una dintre cele două ipoteze fundamentale ale teoriei speciale a relativității, nu poate pretinde o validitate nelimitată. O curbură a razelor de lumină se poate produce numai dacă viteza de propagare a luminii diferă de la un loc la altul. Am putea considera că această consecință răstoarnă teoria specială a relativității și, implicit, teoria relativității în genere. În realitate, lucrurile nu stau astfel. Putem să conchidem doar că teoria specială a relativității nu poate pretinde un domeniu de validitate nelimitat; rezultatele ei nu sînt valabile decît atunci cînd se pot neglija influențele cîmpurilor gravitaționale asupra fenomenelor (de exemplu, asupra luminii).

Deoarece adversarii teoriei relativității au afirmat adesea că teoria specială a relativității a fost răsturnată de teoria generală a relativității, aș dori să lămuresc, printr-o comparație, cum stau în realitate lucrurile. Înainte de apariția electrodinamicii, legile electrostaticii erau considerate ca legile electricității pur și simplu. Astăzi noi știm că electrostatica nu se poate aplica în mod valid cîmpurilor electrice decît în cazul (care nu este niciodată realizat în mod absolut) cînd masele electrice sînt riguros imobile în relația lor reciprocă și față de sistemul de coordonate. Ecuațiile de cîmp ale lui Maxwell în domeniul electrodinamicii au răsturnat oare electrostatica ? Deloc. Electrostatica este considerată drept un caz limită al electrodinamicii; legile acesteia din urmă duc în mod direct la cele ale primei în cazul în care cîmpurile sînt invariabile în raport cu timpul. Este cel mai frumos tip de teorie fizică care deschide calea unei teorii mai generale, în cadrul căreia ea se menține ca un caz limită.

Am văzut, în exemplul în care se analiza problema propagării luminii, că principiul general al relativității ne dă posibili-

tatea să derivăm pe o cale teoretică influența cîmpului gravitațional asupra desfășurării fenomenelor, atunci cînd se cunosc deja legile lor pentru cazul cînd nu există cîmp de gravitație. Problema cea mai interesantă căreia principiul relativității îi oferă soluția se referă însă la găsirea legilor pe care le satisface însuși cîmpul gravitațional. Situația este următoarea.

Cunoaștem domenii spațio-temporale care, prin alegerea corespunzătoare a sistemului de referință, se comportă (aproximativ) „galileean", adică domenii în care cîmpurile gravitaționale lipsesc. Dacă raportăm un asemenea domeniu la un sistem de referință oarecare K' aflat în mișcare, atunci în raport cu K' există un cîmp de gravitație variabil în timp și spațiu*. Constituția acestuia depinde în mod natural de modul în care noi alegem mișcarea lui K'. Conform teoriei generale a relativității, legea generală a cîmpului gravitațional trebuie să fie satisfăcută de toate cîmpurile gravitaționale astfel obținute. Chiar dacă nu putem produce pe această cale toate cîmpurile gravitaționale, sperăm totuși să putem deduce din aceste cîmpuri gravitaționale de un tip special legea generală a gravitației. Această speranță a fost realizată perfect. Dar, de la concepereа clară a acestui obiectiv pînă la realizarea lui efectivă a trebuit să fie surmontată încă o dificultate serioasă, pe care n-o pot ascunde cititorului, deoarece ea este adînc înrădăcinată în natura acestei situații. Mai întîi însă să aprofundăm proprietățile continuului spațiu-timp.

§ 23. *Comportamentul ceasornicelor și etaloanelor de lungime într-un sistem de referință în mișcare de rotație*

Pînă acum, în mod intenționat n-am vorbit despre interpretarea fizică a indicațiilor de timp și spațiu în cazul teoriei

* Aceasta rezultă dintr-o generalizare a raționamentului făcut în §20.

generale a relativității. M-am făcut prin aceasta vinovat de o anumită incorectitudine care nu este nici scuzabilă, nici lipsită de importanță, după cum știm din teoria specială a relativității. Este timpul să umplem acest gol; vom observa însă de la început că înțelegerea acestei probleme necesită din partea cititorului multă răbdare și putere de abstracție.

Să considerăm din nou cazuri cu totul speciale la care am apelat de atîtea ori. Fie un domeniu spațio-temporal în care nu există cîmp gravitațional în raport cu un sistem de referință K aflat într-o stare de mișcare convenabil aleasă; în raport cu acest domeniu, K este atunci un sistem de referință galileean și rezultatele teoriei speciale a relativității sînt valide relativ la K. Să ne imaginăm același domeniu în raport cu un al doilea sistem de referință K', care se rotește uniform față de K. Pentru fixarea ideilor, să ne imaginăm că K' este reprezentat de un disc plat care se rotește uniform în jurul centrului în planul său. Un observator situat excentric pe acest disc K' este supus unei forțe ce acționează pe direcția radială spre exterior, forță atribuită efectului inerției (forță centrifugă) de către un observator imobil în raport cu primul sistem. Observatorul așezat pe disc ar putea considera discul său un sistem de referință „imobil" avînd drept justificare principiul general al relativității. El va concepe forța ce acționează asupra sa și, în general, asupra tuturor corpurilor imobile în raport cu discul ca datorată unui cîmp de gravitație. Fără îndoială, distribuția în spațiu a acestui cîmp de gravitație este una care ar fi imposibilă din punctul de vedere al teoriei newtoniene a gravitației*. Întrucît însă observatorul crede în teoria generală a relativității, acest fapt nu-l deranjează; el speră, pe bună dreptate, că s-ar putea formula o lege generală a gravitației care să explice corect

* Cîmpul se anulează în centrul discului și crește proporțional cu distanța pornind din acest punct spre exterior.

nu numai mișcarea aștrilor, ci și cîmpul de forțe pe care-l percepe el pe disc.

Acest observator face experiențe pe discul său cu ceasornice și etaloane de lungime, cu intenția de a ajunge pe baza observațiilor la definiții exacte pentru indicațiile de timp și spațiu în raport cu discul K'. Ce-i vor arăta aceste experiențe ?

Să presupunem două ceasornice identice fixate de observator unul în centrul discului și altul la periferia acestuia, astfel încît ambele să rămînă imobile în raport cu discul. Ne întrebăm dacă aceste două ceasornice merg la fel de repede din punctul de vedere al sistemului de referință galileean K care nu se află în mișcare de rotație. Din această perspectivă considerînd lucrurile, ceasornicul din centrul discului n-are nici o viteză, în timp ce cel de la periferie, ca urmare a rotației în raport cu K, se află în mișcare. După un rezultat din § 12, ceasornicul al doilea merge, în raport cu K, mai încet decît cel din centrul discului Același lucru trebuie să-l constate evident și observatorul de pe disc, pe care-l presupunem situat în centrul discului lîngă ceasul de acolo. Astfel, un ceasornic merge mai repede sau mai încet pe discul nostru sau în general într-un cîmp gravitațional, în funcție de locul în care este plasat (în repaus) ceasornicul. De aceea nu este posibil ca timpul să fie definit rațional cu ajutorul ceasornicelor imobile în raport cu un sistem de referință. O dificultate asemănătoare apare și atunci cînd se încearcă să se aplice aici vechea noastră definiție a simultaneității, problemă asupra căreia nu voi insista.

Dar și definiția coordonatelor spațiale ridică la început dificultăți în aparență insurmontabile. Dacă observatorul aflat în mișcare o dată cu discul va pune rigla sa gradată (o riglă foarte mică în raport cu raza discului) tangent la

periferia discului, lungimea sa în raport cu un sistem de referinţă galileean va fi inferioară lui 1, deoarece, conform § 12, corpurile în mişcare suferă o contracţie în sensul mişcării. Dacă, dimpotrivă, el va aşeza aceeaşi riglă pe direcţia razei discului, atunci aceasta, raportată la K, nu va suferi nici o scurtare. Dacă observatorul va măsura cu rigla sa mai întîi circumferinţa discului şi apoi diametrul lui şi dacă va împărţi cele două rezultate ale măsurătorii unul la altul, atunci el nu va afla drept cît cunoscutul număr $\pi = 3{,}14\ldots$, ci un număr mai mare*, în timp ce pentru un disc imobil în raport cu K se va obţine, natural, prin aceeaşi operaţie, exact numărul π. S-a demonstrat astfel că teoremele geometriei euclidiene nu sînt valabile riguros pentru discuri aflate în rotaţie şi, implicit, în general într-un cîmp gravitaţional, cel puţin în cazul în care îi atribuim riglei lungimea 1 fără a ţine seama nici de poziţia şi nici de orientarea sa. Noţiunea de linie dreaptă îşi pierde cu aceasta semnificaţia. Nu vom putea deci defini exact coordonatele x, y, z în raport cu discul după metoda folosită în teoria specială a relativităţii. Totuşi, atîta vreme cît nu s-a definit ceea ce înţelegem prin coordonatele spatiale si momentele temporale ale evenimentelor, nici legile naturii în care apar aceste indicaţii de coordonate n-au semnificatie exactă.

Toate raţionamentele expuse pînă acum legat de teoria generală a relativităţii par a fi puse astfel sub semnul întrebării. De fapt, este suficient să folosim un expedient subtil pentru a putea aplica exact postulatul relativităţii generale. Pentru aceasta cititorul va fi pregătit prin consideraţiile ce vor urma.

---

* În tot acest raţionament trebuie să folosim sistemul K galileean (nu în rotaţie) drept sistem de coordonate, deoarece numai în raport cu K trebuie să admitem ca valide rezultatele teoriei speciale a relativităţii (în raport cu K' domneşte un cîmp gravitaţional).

§ 24. *Continuul euclidian și neeuclidian*

Să considerăm suprafața unei mese de marmură. Din oricare punct al mesei eu pot ajunge la oricare alt punct al acesteia deplasîndu-mă de un mare număr de ori spre un punct întotdeauna „vecin" sau, în alți termeni, mergînd din punct în punct, fără „salturi". Ce se înțelege prin „vecin" și prin „salturi" va fi, desigur, înțeles de cititor cu suficientă precizie (cu condiția ca el să nu fie prea exigent). Vom exprima aceasta spunînd că suprafața este un continuu.

Să ne imaginăm apoi, că, pentru „acoperirea" mesei, dispunem de un mare număr de bastonașe de aceeași lungime. Prin aceasta trebuie să înțelegem că putem face să coincidă extremitățile acestor bastonașe două cîte două. Să plasăm deci patru asemenea bastonașe pe suprafața mesei, astfel încît extremitățile lor să formeze un patrulater cu diagonalele de aceeași lungime (un pătrat); ne vom servi de un bastonaș de probă pentru a obține egalitatea diagonalelor. Să alăturăm acestui pătrat alte pătrate egale, care să aibă în comun cu el un bastonaș, acestora din urmă să le alăturăm alte asemenea pătrate ș.a.m.d. În cele din urmă întreaga masă va fi acoperită cu pătrate, astfel încît fiecare latură a unui pătrat să fie comună pentru două pătrate, iar fiecare colț al unui pătrat să fie comun pentru patru pătrate.

Este o adevărată minune că putem face această operație fără a întîmpina cele mai mari dificultăți. E suficient să ne gîndim doar la următoarele. Dacă într-un colț comun construim trei pătrate, am și trasat două laturi ale celui de-al patrulea pătrat. Modul în care vor fi construite celelalte două laturi ale lui este astfel complet determinat, așa încît eu nu mai pot modifica acest patrulater pentru a-i face diagonalele egale. Dacă ele sînt de la sine egale, înseamnă că masa și bastonașele posedă o proprietate specială de care

nu pot decît să mă minunez. Dacă construcția reușește, vom vedea și alte minuni de acest gen.

Dacă într-adevăr totul merge normal, voi spune că punctele masei formează un continuu euclidian în raport cu bastonașele utilizate. Dacă voi alege un colț al pătratului drept „origine", voi putea determina celelalte colțuri ale pătratului în raport cu acest punct cu ajutorul a două numere. Nu e nevoie decît să precizez cîte bastonașe trebuie să așez la „dreapta" și cîte în „sus" plecînd de la punctul de origine pentru a ajunge la vîrful avut în vedere. Aceste două numere reprezintă „coordonatele carteziene" ale acestui punct în raport cu „sistemul de coordonate cartezian" definit de aceste bastonașe.

S-ar putea ca, în unele cazuri, această experiență să nu reușească, după cum putem vedea din următoarea modificare a experimentului ideal. Să presupunem că, sub influența ridicării temperaturii, bastonașele se „dilată" și că masa va fi încălzită în centrul ei și nu la periferie, astfel încît în orice loc al mesei extremitățile a două dintre bastonașele noastre se păstrează cap la cap. Construcția noastră de pătrate va trebui astfel să fie necesarmente deranjată, deoarece bastonașele din centrul mesei se vor dilata, în timp ce cele de la margine își vor menține lungimea.

Suprafața mesei nu mai constituie un continuu euclidian în raport cu bastonașele noastre (definite ca unități de măsură), iar noi nu mai sîntem în situația de a defini imediat cu ajutorul lor coordonatele carteziene, deoarece construcția precedentă nu mai poate fi realizată. Dar, întrucît există alte obiecte care nu sînt influențate în același mod ca bastonașele (sau nu sînt deloc influențate) de temperatura mesei, am putea reține, în mod natural, concepția după care suprafața mesei constituie un „continuu euclidian"; acesta se obține în mod satisfăcător cu ajutorul unor convenții mai subtile asupra măsurătorilor, adică a comparării lungimilor,

Dar dacă, sub influența temperaturii, bastonașele de orice fel, adică din orice material, se vor comporta *la fel*, pe suprafața mesei supuse unor temperaturi variabile și dacă, pentru a constata acțiunea temperaturii, nu vom avea alt mijloc decît comportamentul geometric al bastonașelor în experiențe analoge cu cea descrisă mai sus, am putea atribui distanța 1 depărtării dintre două puncte de pe masă atunci cînd ele coincid cu extremitățile unuia dintre bastonașele noastre; cum am putea defini altfel nearbitrar o distanță ? Dar atunci trebuie să abandonăm metoda coordonatelor carteziene și s-o înlocuim cu alta care nu mai presupune validitatea geometriei euclidiene pentru corpurile rigide*. Cititorul observă că situația expusă aici se aseamănă foarte mult cu cea pe care a adus-o cu sine postulatul general al relativității.

§ 25. *Coordonate gaussiene*

Iată cum a tratat Gauss această problemă din punct de vedere analitic-geometric. Să ne imaginăm pe suprafața

* Problema noastră s-a pus matematicienilor în forma următoare. Fiind dată o suprafață, de exemplu un elipsoid, în spațiul euclidian de măsură tridimensional, există pe această suprafață o geometrie cu două dimensiuni la fel ca în plan. Gauss și-a pus problema de a căuta principiile acestei geometrii cu două dimensiuni fără a se servi de ideea că respectiva suprafață aparține unui continuu euclidian cu trei dimensiuni. Dacă pe această suprafață se imaginează construcții cu ajutorul bastonașelor rigide (analoge cu cele realizate pe suprafața mesei), ele vor satisface alte legi decît aceiea ale geometriei euclidiene a planului. Această suprafață nu constituie un continuu euclidian în raport cu bastonașele și pe ea nu se pot defini coordonate carteziene. Gauss a arătat după ce principii putem trata relațiile geometrice pe această suprafață, deschizînd astfel calea geometriei lui Riemann a continuurilor neeuclidiene pluridimensionale. De aceea matematicienii au rezolvat deja de multă vreme problemele formale la care conduce postulatul general al relativității.

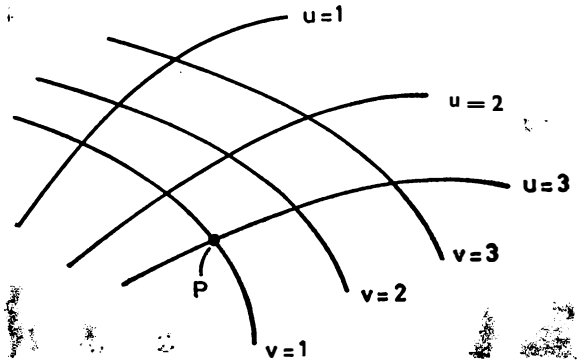


Fig. 4.

mesei un sistem de curbe oarecare (vezi fig. 4), pe care le vom desemna prin u și le vom caracteriza pe fiecare printr-un număr. În desen sînt reprezentate curbele $u = 1$, $u = 2$ și $u = 3$. Între curbele $u = 1$ și $u = 2$ trebuie să ne imaginăm un număr infinit de curbe corespunzînd tuturor numerelor reale cuprinse între 1 și 2. Avem astfel un sistem de curbe u infinit apropiate pe toată suprafața mesei. Nici o curbă u nu trebuie să intersecteze o altă asemenea curbă; prin orice punct de pe suprafață trece una și numai una dintre aceste curbe. Astfel, fiecărui punct de pe suprafața tablei îi corespunde o valoare bine determinată a lui u. Să ne imaginăm de asemenea un sistem de curbe v, ce satisfac aceleași condiții, cărora le corespund numere în același mod, și care ar putea fi oricum formate. Fiecărui punct al suprafeței mesei îi va corespunde atunci o valoare a lui u și una a lui v, numere pe care le vom numi *coordonate* (coordonate *gaussiene*). De exemplu, punctul P reprezentat în figură are drept coordonate gaussiene $u = 3$, $v = 1$. Două puncte vecine P și P′ de pe suprafață corespund coordonatelor

$$P: = u; v$$

și

$$P': \; u + \mathrm{d}u; \; v + \mathrm{d}v,$$

unde du și dv reprezintă numere foarte mici. Fie ds numărul foarte mic reprezentînd distanța măsurată cu o riglă gradată dintre P și P'. După Gauss,

$$\mathrm{d}s^2 = g_{11}\mathrm{d}u^2 + 2g_{12}\mathrm{d}u\mathrm{d}v + g_{22}\mathrm{d}v^2,$$

unde g_{11}, g_{12}, g_{22} reprezintă mărimi ce depind într-o modalitate precisă de u și v. Mărimile g_{11}, g_{12}, g_{22} determină comportamentul bastonașelor în raport cu curbele u și v și ca urmare în raport cu suprafața mesei. În cazul în care punctele suprafeței considerate constituie un continuu euclidian în raport cu bastonașele de măsură, dar numai în acest caz, e posibil să alegem curbele u și v și să le atribuim numere astfel încît să avem, simplu,

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}u^2 + \mathrm{d}v^2.$$

În acest caz curbele u și v sînt linii drepte în sensul geometriei euclidiene, linii ortogonale. Atunci coordonatele gaussiene sînt, simplu, coordonate carteziene. Coordonatele gaussiene, după cum se observă, nu sînt decît două numere atribuite fiecărui punct de pe suprafață în așa fel încît la două puncte vecine în spațiu corespund valori foarte puțin diferite ale coordonatelor.

Aceste considerații se aplică mai întîi unui continuu bidimensional. Dar metoda gaussiană se poate aplica și unui continuu cu trei, patru sau mai multe dimensiuni. Să considerăm, de exemplu, un continuu cvadridimensional; vom pune în corespondență fiecărui punct al continuului în mod arbitrar patru numere x_1, x_2, x_3, x_4, care vor fi numite „coordonate". Punctelor vecine le vor corespunde valori ale coordonatelor vecine. Dacă am definit fizic distanța a două

puncte vecine P și P' și dacă știm cum s-o măsurăm, vom avea formula

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \ldots + g_{44}dx_4^2,$$

unde mărimile g_{11} etc. au valori ce variază după locul din continuu. Numai în cazul în care continuul este euclidian este posibil să punem în corespondență punctelor continuului coordonatele x_1, x_2, x_3, x_4, astfel încît vom avea simplu:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

Atunci în continuul cvadridimensional sînt valide relații analoge cu cele pe care le satisfac măsurările în continuul nostru tridimensional.

Reprezentarea gaussiană pentru ds^2 nu este, totuși, posibilă decît dacă putem considera drept continuuri euclidiene domenii suficient de mici ale continuului studiat. Aceasta se întîmplă evident în cazul mesei și al temperaturii variabile în funcție de loc. Deoarece pentru o parte mică a mesei temperatura este practic constantă, iar bastonașele se comportă geometric aproape conform regulilor geometriei euclidiene. Dificultatea construirii pătratelor din § precedent nu va mai apărea decît atunci cînd această construcție se va extinde asupra unei părți considerabile a mesei.

În rezumat, putem spune: Gauss a descoperit o metodă pentru studiul matematic al continuurilor oarecare, în care se definesc relațiile metrice („distanța" punctelor vecine). Fiecărui punct al continuului îi vor corespunde atîtea numere (coordonate gaussiene) cîte dimensiuni are continuul. Această corespondență trebuie să fie univocă și de o asemenea natură încît punctelor vecine să le corespundă numere infinit de puțin diferite (coordonate gaussiene). Sistemul de coordonate gaussian este o generalizare logică a sistemului de coordonate cartezian. El este aplicabil și continuurilor neeuclidiene, dar numai atunci cînd mici părți ale continuului

studiat în raport cu măsura definită („distanța") pot fi considerate ca euclidiene cu o aproximație cu atît mai mare, cu cît partea considerată a continuului este mai mică.

§ 26. *Continuul spațio-temporal al teoriei speciale a relativității - continuu euclidian*

Acum sîntem în măsură să expunem cu mai multă precizie ideile lui Minkowski indicate doar sumar în § 17. Conform teoriei speciale a relativității anumite sisteme de coordonate, pe care le-am numit „sisteme de coordonate galileene", joacă un rol special în descrierea continuului cvadridimensional spațio-temporal. Pentru ele cele patru coordonate x, y, z, t, care determină un eveniment sau, altfel spus, un punct al continuului cvadridimensional, sînt definite fizic într-un mod simplu, așa cum s-a arătat pe larg în prima parte a acestei lucrări. Pentru trecerea de la un sistem galileean la altul aflat în mișcare uniformă în raport cu el sînt valabile ecuațiile transformării Lorentz care formează baza pentru derivarea consecințelor teoriei speciale a relativității și nu reprezintă, la rîndul lor, decît expresia validității universale a legii propagării luminii pentru toate sistemele de referință galileene.

Minkowski a descoperit că transformarea Lorentz satisface următoarele condiții simple. Să considerăm două evenimente vecine, a căror poziție relativă e dată în continuul cvadridimensional prin diferențele de coordonate spațiale $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$ și prin diferența de timp $\mathrm{d}t$ în raport cu un sistem de referință galileean K. În raport cu un al doilea sistem galileean, diferențele analoge pentru aceste două evenimente vor fi $\mathrm{d}x'$, $\mathrm{d}y'$, $\mathrm{d}z'$, $\mathrm{d}t'$. Atunci aceste mărimi vor satisface mereu condiția

$$\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2 - c^2\mathrm{d}t^2 = \mathrm{d}x'^2 + \mathrm{d}y'^2 + \mathrm{d}z'^2 - c^2\mathrm{d}t'^2.$$

Aceste condiții au drept consecință validitatea transformării Lorentz. Putem să spunem și astfel: mărimea

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

relativă la două puncte vecine ale continuului cvadridimensional spațiu-timp conservă aceeași valoare pentru toate sistemele de referință preferențiale (galileene). Dacă se înlocuiesc $x, y, z, \sqrt{-1}\,ct$ prin x_1, x_2, x_3, x_4 se observă că măsura

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

este independentă de alegerea sistemului de referință. Vom numi mărimea ds „distanța" celor două evenimente sau puncte cvadridimensionale.

Dacă în locul variabilei reale t, se alege ca variabilă temporală variabila imaginară $\sqrt{-1}\,ct$ se poate, după teoria specială a relativității, considera continuul spațio-temporal ca un continuu „euclidian" cvadridimensional, așa cum a rezultat din raționamentele din § anterior.

§ 27. *Continuul spațio-temporal al teoriei generale a relativității nu este un continuu euclidian*

În prima parte a acestei lucrări am putut utiliza coordonate spațiale și temporale susceptibile de o interpretare fizică simplă și directă și care, după § 26, pot fi interpretate drept coordonate carteziene cu patru dimensiuni. Acest lucru era posibil pe baza legii constanței vitezei luminii în vid, pe care însă, conform § 21, teoria generală a relativității nu o mai acceptă; am ajuns, dimpotrivă, la rezultatul după care, conform teoriei generale a relativității, viteza luminii trebuie să depindă mereu de coordonate, atunci cînd e prezent un cîmp gravitațional. Am găsit apoi, în § 23 pe un

caz particular, că prezența unui cîmp gravitațional face imposibilă acea definire a coordonatelor și a timpului care ne-a condus la realizarea obiectivului în teoria specială a relativității.

Date fiind aceste rezultate, ajungem la convingerea că, după teoria generală a relativității, continuul spațio-temporal nu mai poate fi înțeles ca un continuu euclidian, ci că aici ne aflăm în cazul general pe care l-am întîlnit deja pentru continuul bidimensional al suprafeței mesei și al temperaturii variabile. Așa cum acolo nu era posibil să se construiască din bastonașe egale un sistem de coordonate cartezian, la fel și aici e imposibil să construim din corpuri rigide și ceasornice un sistem (sistem de referință) în așa fel încît etaloanele de lungime și ceasornicele rigid legate între ele să indice în mod direct poziția și timpul. Aceasta este dificultatea pe care am întîlnit-o în § 23.

Explicațiile din § 25 și § 26 ne indică însă calea de urmat pentru depășirea acestei dificultăți. Raportăm într-un mod arbitrar continuul spațio-temporal cvadridimensional la coordonatele gaussiene. Vom face să corespundă fiecărui punct al continuului patru numere x_1, x_2, x_3, x_4 (coordonate) care nu posedă o semnificație fizică nemijlocită, ci servesc numai la numerotarea punctelor continuului într-o anume modalitate arbitrară. Această corespondență nu trebuie să fie în mod necesar de așa natură încît x_1, x_2, x_3 să reprezinte „coordonate spațiale", iar x_4 „coordonata temporală".

Cititorul ar putea crede că o asemenea descriere a lumii este cu totul insuficientă. De ce să se atribuie unui eveniment coordonatele determinate x_1, x_2, x_3, x_4, dacă aceste coordonate n-au nici o semnificație? La o examinare mai atentă se observă însă că această întrebare nu este întemeiată. Să considerăm, de exemplu, un punct material oarecare în mișcare. Dacă acesta ar avea doar o existență

momentană, lipsită de durată, atunci el ar putea fi descris spațio-temporal printr-un singur sistem de valori x_1, x_2, x_3, x_4. Existența sa durabilă poate fi caracterizată printr-un număr infinit de mare de sisteme de valori (ale căror coordonate diferă infinit de puțin unele de altele), punctele fiind foarte apropiate între ele; punctului material îi va corespunde deci o linie (unidimensională) într-un continuu cvadridimensional. Mai multor puncte în mișcare le vor corespunde de asemenea astfel de linii în continuul nostru. Numai propozițiile referitoare la aceste puncte, care pot pretinde realitatea fizică, sînt realmente propoziții asupra coincidenței acestor puncte. O asemenea coincidență se manifestă în reprezentarea noastră matematică prin faptul că cele două linii reprezentînd mișcările respective ale acestor două puncte au comun un anumit sistem de valori de coordonate x_1, x_2, x_3, x_4. Cititorul va admite desigur după o anumită reflecție că asemenea coincidențe sînt, de fapt, singurele constatări reale de caracter spațio-temporal pe care le întîlnim în enunțurile fizice.

Cînd am descris mai înainte mișcarea unui punct material față de un sistem de referință nu am indicat altceva decît coincidențele acestui punct cu puncte determinate ale sistemului de referință. Indicațiile de timp rezultă și ele din constatarea coincidenței corpurilor cu ceasornice, legată de constatarea coincidenței indicatoarelor ceasornicelor cu puncte determinate de pe cadran. La fel se petrec lucrurile cu măsurările lungimilor cu etaloane, cum poate rezultă după o mică reflecție.

În general, orice descriere fizică se descompune într-un număr de propoziții, fiecare dintre ele raportîndu-se la coincidența spațio-temporală a două evenimente A și B. Orice asemenea propoziție se exprimă în coordonate gaussiene prin concordanța celor patru coordonate x_1, x_2, x_3, x_4.

Descrierea continuului spațio-temporal prin coordonate gaussiene înlocuiește de fapt în mod complet descrierea cu ajutorul unui sistem de referință, fără a mai prezenta neajunsurile acestei ultime metode; ea nu mai este legată de caracterul euclidian al continuului pe care-l reprezintă.

§ 28. *Formularea exactă a principiului general al relativității*

Acum sîntem în situația de a înlocui formularea provizorie din § 18 a principiului general al relativității printr-una exactă. Forma adoptată atunci: „Toate sistemele de referință K, K' etc. sînt echivalente pentru descrierea naturii (formularea legilor generale ale naturii), oricare ar fi starea lor de mișcare" nu mai poate fi păstrată, deoarece nu mai este posibilă folosirea corpurilor de referință rigide pentru descrierea spațio-temporală, în sensul metodei urmate în teoria specială a relativității. Se înlocuiește sistemul de referință prin sistemul de coordonate gaussiene. Ideea principală a principiului general al relativității este exprimată de următoarea propoziție: „*Toate sistemele de coordonate gaussiene sînt principial echivalente pentru formularea legilor generale ale naturii*".

Putem enunța acest principiu general al relativității și într-o altă formă, care indică și mai clar faptul că această propoziție este o generalizare naturală a principiului special al relativității. După teoria specială a relativității, ecuațiile care exprimă legile generale ale naturii se transformă în ecuații de aceeași formă atunci cînd, prin utilizarea transformării Lorentz, în locul variabilelor x, y, z, t de poziție și timp ale unui sistem de referință (galileean) K, se introduc variabilele x', y', z', t' ale unui nou sistem de referință K'. După teoria generală a relativității, dimpotrivă, aceste

ecuații trebuie să se transforme în ecuații de aceeași formă printr-o substituție oarecare a variabilelor gaussiene x_1, x_2, x_3, x_4; deoarece orice transformare (nu doar transformarea Lorentz) corespunde unei schimbări de coordonate gaussiene.

Dacă nu vrem să renunțăm la intuiția obișnuită tridimensională, vom putea caracteriza dezvoltarea ideilor fundamentale ale teoriei generale a relativității după cum urmează. Teoria specială a relativității se referă la domenii galileene, adică la domenii în care nu există nici un cîmp gravitațional. Ca sistem de referință servește aici un sistem de referință galileean, adică un corp rigid de o stare de mișcare astfel aleasă încît în raport cu ea e valid principiul galileean al mișcării uniforme-rectilinii a punctelor materiale „izolate".

Anumite considerații conduc la raportarea acestor domenii galileene la sisteme de referință care nu sînt galileene. Există atunci, în raport cu acestea, un cîmp gravitațional de un tip particular (§ 20 și 23).

Dar, în cîmpuri de gravitație nu există corpuri rigide cu proprietăți euclidiene. Ficțiunea corpurilor de referință rigide eșuează în teoria generală a relativității. Mersul ceasornicelor este și el influențat de cîmpurile de gravitație, astfel încît o definiție fizică a timpului cu ajutorul direct al acestor ceasornice nu are deloc același grad de evidență ca în teoria specială a relativității.

De aceea se utilizează corpuri de referință nerigide, care nu numai că se află într-o mișcare oarecare, ca orice corp, dar care în timpul mișcării lor suferă schimbări de formă arbitrare. Pentru a defini timpul se utilizează ceasornice care funcționează după orice lege de mișcare, oricît de neregulată, pe care ni le imaginăm fixate fiecare într-un punct al sistemului de referință nerigid și care nu satisfac decît condiția ca indicatoarele simultan observabile ale ceasor-

nicelor situate în vecinătate să difere infinitezimal. Aceste corpuri de referință nerigide, pe care le-am putea numi pe drept cuvînt „moluște de referință", sînt esențialmente echivalente cu un sistem oarecare de coordonate gaussiene cu patru dimensiuni. Ceea ce-i conferă „moluștei" în raport cu sistemul de coordonate gaussian un anume caracter intuitiv este conservarea din punct de vedere formal (conservare, de fapt, nejustificată) a existenței proprii a coordonatelor „spațiale" în raport cu coordonata „temporală". Fiecare punct al moluștei este considerat un punct în spațiu, fiecare punct material imobil relativ la el va fi considerat pur și simplu ca imobil, atîta vreme cît molusca va fi luată ca sistem de referință. Principiul general al relativității cere ca toate aceste moluște să poată fi întrebuințate cu drept egal și cu succes egal ca sisteme de referință în formularea legilor generale ale naturii; legile trebuie să fie complet independente în alegerea moluștelor.

Tocmai în această limitare drastică impusă astfel legilor naturii constă intuiția esențială imanentă principiului general al relativității.

§ 29. *Soluția problemei gravitației pe baza principiului general al relativității*

Cititorul care a urmărit toate considerațiile expuse pînă acum nu va avea nici o dificultate să înțeleagă metoda care va oferi soluția problemei gravitației.

Vom începe prin a considera un domeniu galileean, adică un domeniu în care nu există cîmp de gravitație relativ la sistemul de referință galileean K. Știm din teoria specială a relativității cum se comportă etaloanele și ceasornicele în raport cu K și de asemenea cum se comportă punctele materiale „izolate"; acestea se mișcă rectiliniu și uniform.

Să raportăm acum acest domeniu la un sistem de coordonate gaussian oarecare sau mai degrabă la o „moluscă" luată ca sistem de referință K'. Relativ la K' există un cîmp de gravitație (de un gen particular). Un calcul simplu ne permite să determinăm comportamentul etaloanelor și al ceasornicelor precum și al punctelor materiale în mișcare liberă relativ la K'. Acest comportament îl vom interpreta ca fiind un comportament al etaloanelor, ceasornicelor și punctelor materiale, sub influența cîmpului G al gravitației. Se va introduce apoi ipoteza după care influența unui cîmp de gravitație asupra etaloanelor, ceasornicelor și a punctelor materiale în mișcare liberă se produce după aceleași legi chiar și atunci cînd cîmpul de gravitație *nu* poate fi derivat prin simple transformări de coordonate din cazul particular galileean.

După aceea se cercetează comportamentul spațio-temporal al unui cîmp gravitațional G derivat din cazul galileean special prin simple transformări de coordonate și se formulează acest comportament printr-o lege care este mereu validă indiferent de alegerea și sistemul de referință (molusca) utilizat pentru descrierea fizică.

Această lege nu este încă legea *generală* a cîmpului gravitațional, întrucît cîmpul gravitațional studiat, G, este de un tip particular. Pentru a descoperi legea generală a cîmpului gravitațional este necesară încă o generalizare a legii astfel obținută; această generalizare este complet determinată dacă se iau în considerație următoarele condiții:

a. Generalizarea căutată trebuie să satisfacă de asemenea principiul general al relativității.

b. Dacă în domeniul considerat există materie, cîmpul pe care ea îl produce nu depinde decît de masa sa inerțială și, ca urmare, conform § 15, doar de energia sa.

c. Ansamblul format din cîmpul gravitațional și masă trebuie să satisfacă legea conservării energiei (sau impulsului).

Finalmente, principiul general al relativității ne permite să aflăm influența cîmpului gravitațional asupra desfășurării tuturor acelor procese care pentru cazul absenței unui cîmp gravitațional se supun legilor cunoscute, adică a celor deja introduse în cadrul teoriei speciale a relativității. Vom urma aici, în principiu, metoda care a fost analizată mai înainte pentru etaloane, ceasornice și puncte materiale în mișcare liberă.

Teoria gravitației dedusă astfel din principiul general al relativității nu se distinge doar prin frumusețea sa; ea nu corijează doar defectul, indicat în § 21, pe care-l prezintă mecanica clasică; ea nu explică doar legea experimentală a egalității masei inerțiale cu masa grea; în plus, ea a explicat deja două rezultate de observație ale astronomiei esențial diferite în fața cărora mecanica clasică eșua. Al doilea dintre aceste rezultate, și anume curbarea razelor de lumină de către cîmpul gravitațional al Soarelui, a fost deja amintit. Primul se referă la orbita planetei Mercur.

Dacă se consideră ecuațiile teoriei generale a relativității în cazul special cînd cîmpurile gravitaționale sînt slabe și toate masele lor se deplasează în raport cu un sistem de coordonate cu viteze mici în raport cu viteza luminii, se va obține imediat teoria lui Newton ca primă aproximație; această teorie se obține fără a introduce ipoteze speciale, în timp ce Newton a fost obligat să introducă ipoteza unei forțe de atracție invers proporțională cu pătratul distanțelor dintre punctele materiale aflate în interacțiune. Dacă se mărește gradul de exactitate a calculelor, vor apărea unele abateri de la teoria lui Newton, care scapă însă aproape în întregime observațiilor noastre din cauza micimii lor.

Una dintre aceste abateri va trebui considerată aici în mod special. După teoria lui Newton, o planetă se mișcă în jurul Soarelui pe o elipsă, care-și va păstra permanent poziția în raport cu stelele fixe, dacă se vor putea neglija acțiunea altor planete asupra planetei considerate și mișcarea proprie a stelelor fixe. Dacă vom face abstracție de aceste două influențe, atunci orbita planetelor va trebui să fie o invariabilă relativ la stelele fixe, în cazul în care teoria lui Newton este exactă. Această consecință testabilă cu o precizie foarte mare s-a confirmat la toate planetele pînă la planeta cea mai apropiată de Soare, Mercur, cu precizia observațiilor pe care o putem atinge astăzi. Despre planeta Mercur însă noi știm deja de la Leverrier că elipsa care reprezintă traiectoria sa, corijată în sensul de mai sus, nu este imobilă în raport cu stelele fixe, ci se află mai degrabă în mișcare de rotație extraordinar de lentă în planul traiectoriei și în sensul mișcării de revoluție. Pentru această mișcare de rotație a elipsei traiectoriei s-a determinat o valoare de 43 secunde de arc pe secol cu o eroare inferioară cîtorva secunde de arc. Explicația acestui fenomen prin mecanica clasică nu poate fi dată decît introducînd ipoteze puțin plauzibile și concepute special în acest scop.

Din teoria generală a relativității rezultă că orice elipsă a planetelor va trebui să se rotească în modul indicat mai sus în mod necesar în jurul Soarelui; această rotație însă la toate celelalte planete cu excepția lui Mercur este prea mică pentru a putea fi constatată cu precizia măsurătorilor noastre actualmente realizabilă; pentru Mercur, ea atinge însă 43 de secunde de arc pe secol, exact așa cum a fost stabilit pe baza observației.

În plus, din această teorie s-a putut deduce pînă acum o consecință susceptibilă de a fi verificată prin observații, și anume deplasarea spectrului luminii pe care o primim de

la stelele uriașe în raport cu cea produsă pe Pămînt în mod analog (adică după același tip molecular). Nu mă îndoiesc de faptul că și această consecință a teoriei va fi curînd confirmată în viitor.

CONSIDERAȚII ASUPRA UNIVERSULUI CA TOTALITATE

§ 30. *Dificultățile cosmologice ale teoriei newtoniene*

În afara dificultății expuse în § 21, mecanica cerească clasică întîmpină de asemenea încă o a doua dificultate principială care, după știința mea, a fost discutată pentru prima dată în mod detaliat de astronomul Seeliger. Dacă se studiază cum poate fi considerat universul o totalitate, atunci răspunsul cel mai natural pare a fi următorul: Universul este infinit în spațiu (și în timp). Peste tot există stele, astfel încît densitatea materiei, deși este local foarte diferită, global ea rămîne aceeași. În alți termeni: oricît de departe am călători în spațiu, se va găsi peste tot răspîndită o mulțime de stele fixe, de același tip și aceeași densitate.

Această concepție este incompatibilă cu teoria lui Newton. Teoria sa pretinde mai degrabă că universul are un gen de centru, în care densitatea stelelor este maximă, iar această densitate a stelelor scade pornind din acest centru în afară, pentru a fi înlocuită, la o distanță suficient de mare, de un spațiu vid infinit. Lumea stelelor ar constitui o insulă finită în oceanul infinit al spațiului *.

---

* Justificarea acestei teze: După teoria lui Newton, într-o masă m ajunge un anumit număr de „linii de forță" venind din infinit, număr proporțional cu masa m. Dacă densitatea ρ_0 a maselor din univers este în centru constantă, o sferă de volumul V va închide în medie masa ρV. Numărul liniilor de forță ce pătrund prin unitatea de suprafață în

Această reprezentare este, în sine, puțin satisfăcătoare. Ea este și mai puțin satisfăcătoare dacă ținem seama de faptul că se ajunge la următoarea consecință: lumina emisă de stele, ca și stelele izolate de sistemul stelar, se vor deplasa constant spre infinit fără a mai reveni vreodată și fără a mai intra vreodată în interacțiune cu alte obiecte naturale. Universul materiei aglomerate într-o regiune finită sărăcește astfel sistematic puțin cîte puțin.

Pentru a scăpa de aceste consecințe Seeliger a modificat legea lui Newton, admițînd că atracția a două mase descrește la distanțe mari mai repede decît arată legea inversului pătratelor distanțelor. Se obține astfel faptul că densitatea medie a materiei este constantă peste tot la infinit, fără ca prin acesta să rezulte cîmpuri gravitaționale infinite. Ne eliberăm astfel de reprezentarea incomodă a unui univers material ce ar poseda necesarmente un gen de centru. Fără îndoială, această eliberare de dificultățile principiale schițate aici se plătește printr-o modificare și o complicare a legii lui Newton, care nu pot fi întemeiate nici pe experiență și nici teoretic. S-ar putea imagina un mare număr de legi care ar oferi același rezultat fără a putea să dăm un temei pentru a prefera una dintre acestea; deoarece toate aceste legi sînt la fel de puțin întemeiate, ca și legea lui Newton, pe principii generale teoretice.

---

această sferă este proporțional cu $\rho_0 \frac{V}{F}$ sau $\rho_0 R$. Prin unitatea de suprafață a sferei pătrund astfel linii de forță al căror număr este proporțional cu $\rho_0 \frac{V}{F}$ sau $\rho_0 R$. Intensitatea cîmpului la suprafața sferei va crește deci pînă la infinit odată cu raza acesteia, ceea ce este imposibil.

§ 31. *Posibilitatea unui univers* finit *şi totuşi* nelimitat

Speculaţiile cu privire la structura universului s-au desfăşurat şi, într-o altă direcţie, complet diferită. Dezvoltarea geometriei neeuclidiene a condus la ideea că ne-am putea îndoi de *infinitatea* spaţiului nostru, fără ca prin aceasta să intrăm în contradicţie cu legile gîndirii sau cu experienţa (Riemann, Helmholtz). Acest lucru a fost expus deja de Helmholtz şi Poincaré în detaliu şi cu o limpezime ce n-ar putea fi depăşită; de aceea aici nu voi încerca decît să schiţez sumar tema.

Să ne imaginăm un mediu cu două dimensiuni şi fiinţe plate cu instrumente plate, în particular, cu rigle plate şi rigide, în mişcare liberă într-un *plan*. Să presupunem că pentru ele nu există nimic în afara acestui plan şi că mediul plan pe care ele îl observă direct şi prin obiectele lor plate în planul lor este unul cauzal închis. În mod special construcţiile geometriei euclidiene a planului sînt realizabile cu bastonaşe, de exemplu construcţia reţelei pe suprafaţa mesei. despre care am discutat în § 24. Universul acestor fiinţe este, în opoziţie cu universul nostru, bidimensional, dar, ca şi universul nostru, el este infinit în întindere. Pe el au loc un număr infinit de pătrate egale din bastonaşe, cu alte cuvinte, volumul lui (suprafaţa) este infinit. Are sens ca aceste fiinţe să spună că universul lor este „plan" şi anume în sensul că sînt posibile construcţiile geometriei plane euclidiene cu ajutorul bastonaşelor, fiecare bastonaş reprezentînd întotdeauna aceeaşi lungime independent de poziţia sa.

Să ne imaginăm apoi un mediu cu două dimensiuni nu pe un plan, ci pe suprafaţa unei sfere. Fiinţele plate se află pe acest plan cu rigle şi toate celelalte obiecte ale lor, şi

nu-l pot părăsi; întreaga lume a experienței lor se limitează aproape exclusiv la suprafața sferei. Ar putea aceste ființe să considere geometria lumii lor ca o geometrie euclidiană bidimensională, iar bastonașele ca realizări ale „distanței în linie dreaptă"? Nu. Deoarece încercînd să realizeze o linie dreaptă ei vor obține o curbă, pe care o vom desemna în geometria noastră „tridimensională" printr-un cerc mare, adică o curbă închisă de o lungime determinată și finită pe care o putem măsura cu ajutorul unei rigle. De asemenea, acest univers are o suprafață limitată, care se poate compara cu aceea a unui pătrat format din bastonașe. Acest raționament este extrem de seducător, întrucît el conduce la următoarea idee: *Universul acestor ființe este finit și totuși nu are limite.*

Dar ființele de pe sferă n-au nevoie să călătorească mult pentru a-și da seama că ele nu locuiesc într-un univers euclidian. Ele se pot convinge de aceasta pe orice porțiune din lumea lor care nu este foarte mică. Ele vor trasa pornind dintr-un punct în toate direcțiile linii „drepte" (arcuri de cerc în geometria tridimensională) de aceeași lungime. Vom desemna prin „cerc" linia care unește extremitățile acestor lungimi. Raportul dintre circumferința unui cerc măsurată cu un bastonaș și diametrul lui, măsurat cu același bastonaș, este, conform geometriei plane euclidiene, egal cu o constantă π, care este independentă de diametrul cercului. Pentru acest raport științele noastre vor găsi pe suprafața sferei valoarea

$$\pi = \frac{\sin\left(\frac{r}{R}\right)}{\frac{r}{R}},$$

adică o valoare inferioară lui π și care se îndepărtează cu atît mai mult de π cu cît raza cercului în raport cu raza r a „universului sferic" considerat va fi mai mare. Din această

relație ființele de pe sferă pot să deducă raza r a universului lor, chiar dacă ele nu au la dispoziție pentru măsurători decît o parte relativ mică din sfera lor. Dar dacă această parte este prea mică ele nu mai pot să constate că se află într-un univers sferic și nu într-un plan euclidian; o parte mică a suprafeței unei sfere se distinge puțin de partea echivalentă a unui plan.

Astfel, dacă ființele universului sferic ar locui pe o planetă al cărei sistem solar n-ar cuprinde decît o porțiune infinit mică a universului sferic, ele n-ar avea posibilitatea să decidă dacă locuiesc într-o lume finită sau infinită, întrucît porțiunea de univers accesibilă experimentelor lor este, în ambele cazuri, practic un plan, respectiv unul euclidian. Intuiția ne arată imediat că pentru aceste ființe circumferința cercului crește o dată cu raza pînă la „limita universului", pentru ca apoi, o dată cu creșterea în continuare a razei, aceasta să descrească treptat pînă la zero. Suprafața cercului va crește atunci mereu, pînă cînd ea va deveni egală cu suprafața totală a întregului univers sferic.

Cititorul s-ar putea mira de faptul că am plasat ființele noastre pe o sferă și nu pe o altă suprafață închisă. Acest fapt își are justificarea în aceea că sfera se distinge în raport cu toate celelalte suprafețe închise prin proprietatea de a avea toate punctele echivalente. Raportul dintre circumferința u a unui cerc și raza sa va depinde de raza sa r: dar, pentru o valoare dată a lui r, el este același pentru toate punctele suprafeței sferei; universul sferic constituie o „suprafață de curbură constantă".

Există un analog tridimensional pentru acest univers sferic bidimensional, spațiul sferic tridimensional pe care l-a descoperit Riemann. Punctele lui sînt de asemenea toate echivalente. El posedă un volum finit, funcție de „raza" sa R ($2\pi^2R^2$). Ne putem oare reprezenta un spațiu sferic? A ne reprezenta un spațiu înseamnă a ne reprezenta un ansamblu

de experiențe „în spațiu", adică de experiențe pe care le-am putea realiza prin mișcarea corpurilor „rigide". În acest sens, poate fi reprezentat spațiul sferic.

Dintr-un punct vom trasa linii drepte în toate direcțiile (utilizînd sfori) și vom pune pe fiecare dintre ele aceeași lungime r cu rigla de măsură. Toate extremitățile acestor lungimi se vor afla pe suprafața unei sfere. Putem să măsurăm suprafața acestei sfere (F) cu pătrate ale căror laturi sînt egale cu rigla. Dacă universul este euclidian, atunci $F = \pi r^2$. Dacă universul este sferic, atunci F va fi mereu mai mic decît πr^2, F crește o dată cu creșterea lui r de la zero pînă la un maximum determinat de „raza universului", iar pentru creșterea ulterioară a razei sferei r va descrește din nou pînă la zero. Liniile drepte radiale ce pornesc dintr-un punct de origine se vor îndepărta din ce în ce mai mult unele de altele, după aceea se vor apropia din nou, pentru ca în final să conveargă la „polul" punctului de origine; ele au măsurat, în toată întinderea sa, spațiul sferic. Ne putem convinge ușor că spațiul sferic tridimensional este complet analog celui bidimensional (suprafața unei sfere). El este finit (adică de volum finit), fără a avea limite.

Să observăm că există și un tip degenerat de spațiu sferic, „spațiul eliptic". El poate fi conceput ca un spațiu sferic în care punctele polare sînt identice (nu pot fi distinse). Un univers eliptic ar putea fi atunci considerat, într-un anumit sens, un univers sferic simetric centrat.

Din cele spuse pînă acum rezultă că ne putem imagina spații închise care nu au limite. Printre acestea, spațiul sferic (sau eliptic) se distinge prin simplicitatea sa, întrucît toate punctele sale sînt echivalente. Pentru fizicieni și astronomi se pune astfel întrebarea extrem de interesantă de a afla dacă universul în care ne aflăm noi este infinit sau finit în genul universului sferic. Experiența nu este suficientă pentru a răspunde la această întrebare; dar teoria generală

a relativității permite să răspundem cu o certitudine relativă; ea oferă de asemenea și soluția la dificultatea enunțată în § 30.

§ 32. *Structura spațiului după teoria generală a relativității*

Conform teoriei generale a relativității, proprietățile geometrice ale spațiului nu sînt independente, ci depind de materie. De aceea nu putem să spunem nimic asupra structurii geometrice a universului dacă nu se presupune cunoscută starea materiei. Experiența ne-a învățat că prin alegerea convenabilă a sistemului de coordonate, vitezele stelelor sînt mici în raport cu viteza de propagare a luminii. De aceea, într-o primă aproximație, putem cunoaște în mare constituția universului considerînd materia ca imobilă.

Știm deja din explicațiile anterioare că etaloanele și ceasornicele sînt influențate în comportamentul lor de cîmpurile de gravitație, cu alte cuvinte de distribuția materiei. Din aceasta decurge că, în universul nostru, nu se poate pune problema validității exacte a geometriei euclidiene. Dar ne putem imagina că universul nostru diferă puțin de un univers euclidian; această idee se justifică prin aceea că, prin calcul, se poate arăta influența extrem de redusă a maselor asupra metricii spațiului înconjurător, chiar dacă masele ar avea mărimea Soarelui. Ne-am putea imagina că, din punct de vedere geometric, se comportă ca o suprafață de curbură neregulată, în detaliu, dar care nu diferă nicăieri prea mult de un plan, de exemplu, ca suprafața unei mări ondulate de mici valuri. Am putea numi pe bună dreptate acest univers un „univers cvasi-euclidian". El ar fi spațial infinit. Calculul ne arată însă că într-un univers cvasi-euclidian densitatea medie a materiei trebuie să fie nulă. Un asemenea

univers n-ar putea fi populat peste tot cu materie; el ne-ar oferi imaginea nesatisfăcătoare pe care am schițat-o în § 30.

Dar universul nu este cvasi-euclidian dacă densitatea medie a materiei diferă oricît de puțin de zero. Calculul ne arată, dimpotrivă, că el va fi necesarmente sferic (sau eliptic), dacă materia ar prezenta o densitate uniformă. Întrucît în realitate materia nu este repartizată uniform, universul real nu prezintă în mod riguros proprietățile unui univers sferic; el trebuie să fie cvasisferic. Dar el va trebui în mod necesar să fie finit. Teoria oferă chiar o corelație simplă între întinderea universului în spațiu și densitatea medie a materiei *.

---

* Pentru raza R a universului se obține ecuația

$$R^2 = \frac{2}{\chi\rho}.$$

Luînd sistemul C.G.S., $\frac{2}{\chi} = 1{,}08 \cdot 10^{27}$; ρ este densitatea medie a materiei.

Format carte 16/54×84. Coli tipar 5,75

S.C. „Romcart" S.A. cd. 77
București-România

HUMANITAS

ALBERT EINSTEIN

Nu ne putem îndoi de faptul că teoria relativității a modificat profund concepția noastră asupra spațiului și timpului. Aspectul cel mai incitant al acestei schimbări nu constă în natura ei specială, ci mai degrabă în faptul că ea a fost în genere posibilă.

WERNER HEISENBERG

Există un acord general asupra ideii că investigațiile lui Einstein au un merit fundamental mai presus de orice critică pe care am fi înclinați să le-o aducem. Ele ne-au determinat să gîndim.

ALFRED NORTH WHITEHEAD

LEI 8.5
ISBN: 973-28-0323-1